

Instituto de Matemática - IM/UFRJ
Cálculo Diferencial e Integral III
Prova Final. - 30/11/2023

Questão 1: (2.5 pontos)

Considere a integral iterada $\mathcal{I} := \int_0^2 \int_{y^2}^4 ye^{x^2} dx dy$.

- (a) (0.5 ponto) Determine a região D do tipo II no plano xy tal que a integral \mathcal{I} é expressa como uma integral dupla sobre D . Faça um esboço da região D .
- (b) (0.5 ponto) Escreva D como uma região do tipo I e com isso expresse a integral \mathcal{I} com a ordem de integração trocada.
- (c) (1.0 ponto) Calcule a integral \mathcal{I} usando a nova ordem de integração do item (b).

Questão 2: (2.5 pontos)

Calcule o volume do sólido localizado entre o plano $z = 0$ e o parabolóide elíptico $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16}$ e dentro do cilindro $4x^2 + y^2 = 4$.

Questão 3: (2.5 pontos)

Calcule a integral $\int_C F \cdot dr$, onde F é o campo

$$F = (2xy \cos(x^2) + ze^x, \sin(x^2) + \frac{2y}{y^2 + 1}, e^x)$$

e C é a interseção da semi-esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 2x$ contida na região $y \geq x$ e percorrida no sentido do decréscimo do x .

Questão 4: (2.5 pontos)

Calcule o fluxo do campo vetorial

$$F(x, y, z) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}, \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, 2z \right)$$

através da superfície S definida como o elipsóide $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ com normal apontando para fora.
