

Instituto de Matemática - IM/UFRJ
Cálculo Diferencial e Integral III
2ª Prova. - 16/11/2023

Questão 1: (2.5 pontos)

Considere a região $Q \subset \mathbb{R}^3$ definida da seguinte forma:

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 1, z \geq x^2 + y^2\}.$$

- (a) [0.5] Esboce a região Q .
- (b) [2.0] Calcule a área da superfície que é fronteira de Q .

Questão 2: (2.5 pontos)

Determine a integral de superfície vetorial

$$\iint_S F \cdot dS,$$

onde o campo vetorial é $F(x, y, z) = (x, y, z)$ e a superfície S é o hemisfério superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, localizada dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 3x$ e orientada com normal apontando para fora da esfera.

Questão 3: (2.5 pontos)

Calcule a integral de linha $\int_C F \cdot dr$, onde

$$F(x, y, z) = (2 + z^2, x^3 + \ln\left(\frac{1}{1 + y^4}\right), 2zx + \arctan(z^2 + 1))$$

e C é a interseção do cilindro $x^2 + z^2 = 1$ com o plano $z + 2y = 4$ orientada no sentido anti-horário quando vista de cima.

Questão 4: (2.5 pontos)

Calcule o fluxo do campo vetorial $F(x, y, z) = (x^3, y^3, xy)$ através do pedaço da superfície $x^2 + y^2 + (2z)^2 = 1$ acima do plano xy e orientada com normal apontando para cima.