TEMPO DE PROVA: 2h00

Questão 1: (2.0 pontos)
Use o Teorema de Stokes para calcular a integral $\int_C F\,dr$ do campo vetorial $F(x,y,z) = (yz, 2xz, xy)$, onde C é a curva dada pela interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 16$ com o plano $z = 5$, orientada no sentido anti-horário quando visto de cima.

Questão 2: (2.0 pontos)
Seja S o pedaço do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ acima do plano $z = 0$ e embaixo do plano $z = 1$. Calcule $I = \iint\limits_S (x^2 + y^2) dS$.

Questão 3: (2.0 pontos)
Seja $f(x,y) = xy$ a função definida no disco unitário $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ e seja S o gráfico da função f. Ache a área de S.

Questão 4: (2.0 pontos)
Calcule a integral $\int_C F \cdot dr$ onde $F(x,y,z) = (2xyz^3 + ye^{xy}, x^2z^3 + xe^{xy}, 3x^2yz^2 + \cos z)$ e C é a curva parametrizada por $r(t) = (\cos^3 t, \operatorname{sen}^5 t, t)$, com $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Questão 5: (2.0 pontos)
Seja $U = (x^2 + y^2 + z^2) \cdot (x, y, z)$ um campo vetorial em $\mathbb{R}^3$. Calcule

$$\iint\limits_S U \cdot n\, dS$$

onde S está orientado positivamente e é formado pelo hemisfério superior da esfera de raio 1 e pelo disco unitário centrado na origem no plano $z = 0$:

$$S = \{(x,y,z)\,|\,x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0\} \cup \{(x,y,z)\,|\,x^2 + y^2 \leq 1,\ z = 0\}.$$

Justifique todas as suas respostas! Apresente seus cálculos.