TEMPO DE PROVA: 2h

Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

Questão 1: (2.5 pontos)
Calcule a área da superfície dada pela equação $x = 1 - y^2$ com $0 \leq y \leq 1$, que está entre os planos $z = 0$ e $z = y$.

Questão 2: (2.5 pontos)
Sejam $P(x, y, z) = -\alpha \left(x^2 y + \dfrac{y^2}{2} x \right)$, $Q(x, y, z) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1}{2} y x^2$ e $R(x, y, z) = 2z$, onde $\alpha \in \mathbb{R}$ é uma constante.

(a) Determine o valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que $\displaystyle\int_C F \cdot dr$ seja independente do caminho de integração, onde $F = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$.

(b) Calcule $\displaystyle\int_C F \cdot dr$, com o parâmetro α obtido na primeira parte, onde C é uma curva com ponto inicial $A = (0, 0, 0)$ e ponto final $B = (1, 1, 1)$.

Questão 3: (2.5 pontos)
Use o teorema de Stokes para calcular $\displaystyle\int_C F ds$, onde $F = (yz - y + 1, xz + x + 1, xy)$ e C é uma curva parametrizada por $\sigma(t) = (t \cos t, t\,\mathrm{sen} t, t^2), 0 \leq t \leq \dfrac{3\pi}{2}$.

Questão 4: (2.5 pontos)
Calcule o fluxo do campo vetorial

$$F(x, y, z) = (3x \cos^2 z + 2xz\,,\ \cos(xy) + (1 + 3y) \sin^2 z\,,\ 1 - z^2)$$

através da superfície S do sólido W definido por

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\},$$

com orientação normal exterior.