



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática. Departamento de Matemática

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III. MAC 238

1º Prova Parcial (P1). Unificada

Unidades: Institutos - E.Química - E.Politécnica

Turma: UNIFICADO

© DM.IM.UFRJ - 2022.

Data: 31/05/2022

Nota: A prova tem uma duração de duas horas.

Questão 1 (2,5 p).- Considere a integral

$$\mathbf{I} = \int_0^2 \int_{\frac{1}{2} \arccos(\frac{x}{2})}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2+x}} dy dx.$$

- (1) Desenhe a região de integração. Justifique(0,5 p).
- (2) Trocando a ordem de integração, calcule a integral **I**. Justifique(2,0 p).

Questão 2 (2,5 p).- Considere a integral

$$\mathbf{I} = \iint_{\Omega} \left(\frac{3x^3}{y^2} - \frac{1}{y} \right) dx dy,$$

onde Ω é a região limitada pelas $y = 1 + x^3$, $y = 2 + x^3$, $y = \frac{1}{5}x$ e $y = \frac{1}{2}x$.

- (1) Desenhe a região de integração. Justifique(0,5 p).
- (2) Calcule a integral **I**. Justifique(2,0 p).

Questão 3 (2,5 p).- Calcule a integral

$$\mathbf{I} = \int \int \int_W dx dy dz,$$

onde W é um sólido com fronteira dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $a > 0$, $b > 0$ e $c > 0$.. Justifique.

Questão 4 (2,5 p).- Calcule a integral

$$\mathbf{L} = \int_{\gamma} (2xe^{xy} + x^2ye^{xy}) dx + (x^2 + x^3e^{xy}) dy$$

onde γ é o pedaço dada curva dada pela equação $y = 4 - x^2$, com $x \geq 0$, $y \geq 0$, orientada no sentido anti-horário. Justifique.

Boa Prova ! \square