

TEMPO DE PROVA: 2h00

**Questão 1:** (2.0 pontos)

Calcule  $\mathcal{I} = \int_{\mathcal{S}} x^2 y z \, dV$ , onde  $\mathcal{S}$  é o sólido limitado pelos planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  e  $x + y + z - 2 = 0$ .

**Questão 2:** (2.0 pontos)

Considere o campo vetorial dado por  $F(x, y) = (2xy - \sin(x), x^2 + 3x - e^y)$  e seja  $\mathcal{C}$  uma curva fechada simples que limita uma região  $\mathcal{D}$  cuja área é  $5 \text{ cm}^2$ . Suponha que  $\mathcal{C}$  seja percorrida com orientação positiva e apenas uma vez. Calcule a integral de linha

$$\oint_{\mathcal{C}} F \cdot ds.$$

**Questão 3:** (2.0 pontos)

Calcule a integral  $\int_{\mathcal{C}} F \cdot dr$  onde  $F(x, y) = (ye^{xy} + \cos x) \mathbf{i} + (xe^{xy} + \frac{1}{y^2+1}) \mathbf{j}$  e  $\mathcal{C}$  é a porção da curva  $y = \sin x$  de  $x = 0$  até  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**Questão 4:** (2.0 pontos)

Calcule

$$\mathcal{I} = 5 \int \int_{\mathcal{D}} \cos[(x + 2y)^2 + (3y - x)^2] \, dx dy,$$

onde

$$\mathcal{D} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 2y)^2 + (3y - x)^2 \leq \frac{9\pi}{2} \right\}.$$

(**Dica:** Faça a mudança de variáveis  $u = x + 2y$ ,  $v = 3y - x$ .)

**Questão 5:** (2.0 pontos)

Dada a integral dupla

$$\mathcal{I} = \iint_{\mathcal{D}} f(x, y) \, dx \, dy = \int_0^{\sqrt{3/2}} \int_0^x f(x, y) \, dy \, dx + \int_{\sqrt{3/2}}^{\sqrt{3}} \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx.$$

- Esboce a região  $\mathcal{D}$ .
- Expresse a soma das integrais do segundo membro da igualdade como uma única integral na qual a ordem de integração esteja invertida.
- Calcule a integral dupla  $\mathcal{I}$  para a função  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ .

**Justifique todas as suas respostas! Apresente seus cálculos.**