

TEMPO DE PROVA: 2h00

Questão 1: (2.0 pontos)

Calcule $\mathcal{I} = \int_{\mathcal{S}} x^2 y z \, dV$, onde \mathcal{S} é o sólido limitado pelos planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $x + y + z - 2 = 0$.

Questão 2: (2.0 pontos)

Considere o campo vetorial dado por $F(x, y) = (2xy - \sin(x), x^2 + 3x - e^y)$ e seja \mathcal{C} uma curva fechada simples que limita uma região \mathcal{D} cuja área é 5 cm^2 . Suponha que \mathcal{C} seja percorrida com orientação positiva e apenas uma vez. Calcule a integral de linha

$$\oint_{\mathcal{C}} F \cdot ds.$$

Questão 3: (2.0 pontos)

Calcule a integral $\int_{\mathcal{C}} F \cdot dr$ onde $F(x, y) = (ye^{xy} + \cos x) \mathbf{i} + (xe^{xy} + \frac{1}{y^2+1}) \mathbf{j}$ e \mathcal{C} é a porção da curva $y = \sin x$ de $x = 0$ até $x = \frac{\pi}{2}$.

Questão 4: (2.0 pontos)

Calcule

$$\mathcal{I} = 5 \int \int_{\mathcal{D}} \cos[(x + 2y)^2 + (3y - x)^2] \, dx \, dy,$$

onde

$$\mathcal{D} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 2y)^2 + (3y - x)^2 \leq \frac{9\pi}{2} \right\}.$$

(**Dica:** Faça a mudança de variáveis $u = x + 2y$, $v = 3y - x$.)

Questão 5: (2.0 pontos)

Dada a integral dupla

$$\mathcal{I} = \iint_{\mathcal{D}} f(x, y) \, dx \, dy = \int_0^{\sqrt{3/2}} \int_0^x f(x, y) \, dy \, dx + \int_{\sqrt{3/2}}^{\sqrt{3}} \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx.$$

- (a) Esboce a região \mathcal{D} .
- (b) Expresse a soma das integrais do segundo membro da igualdade como uma única integral na qual a ordem de integração esteja invertida.
- (c) Calcule a integral dupla \mathcal{I} para a função $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$.

Justifique todas as suas respostas! Apresente seus cálculos.