

Exercícios de Cálculo II- Equações Diferenciais de Primeira Ordem

1. Resolva as seguintes equações diferenciais

(i) $y' - 2\frac{y}{x+1} = (x+1)^3$.

(ii) $y' + y = e^{-x}$.

(iii) $y' - \frac{n}{x}y = e^x x^n$.

(iv) $y' + 2e^x y = e^x$.

Resposta: $y(x) = \frac{1}{2} + Ce^{-2e^x}$, $C \in \mathbb{R}$.

(v) $(\cos t)s' + (\sin t)s = 1$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

Resposta: $s(t) = \sin t + C \cos t$, $C \in \mathbb{R}$.

2. Ache a função $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazendo

(i) $y' + y = x^3 + e^{3x}$ e $y(0) = 1$.

(ii) $y' + (\cos x)y = 2xe^{-\sin x}$ e $y(\pi) = 0$.

(iii) $(x^3 - x)y' + (2x + 1)y = x^2(x + 1)^{\frac{3}{2}}$, $\forall x > 1$ e $y(3) = 5$.

Resposta: $y(x) = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{x(x+1)^{\frac{1}{2}}}{(x-1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{3}x(x+1)^{\frac{1}{2}}$.

(iv) $x^2 y' + (1 - 2x)y = x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ e y é uma função contínua em 0.

Resposta: $y(x) = x^2$ se $x \geq 0$ e $y(x) = x^2(1 + Ce^{\frac{1}{x}})$ se $x < 0$, onde $C \in \mathbb{R}$.

3. Resolva as seguintes equações diferenciais não lineares e dê a solução na forma explícita (quando for possível)

(i) $y' = e^{x-y}$.

(ii) $y' = \sin x \cos^2 y$.

(iii) $y' = \sqrt{1 - y^2}$.

(iv) $y' = 1 - y^2$.

(v) $\sin \theta \cos \varphi d\theta - \cos \theta \sin \varphi d\varphi = 0$.

(vi) $x(\ln y)y' = y$.