



TEMPO DE PROVA: 2h

Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

Questão 1: (2.5 pontos)

Seja S a superfície dada pela equação $x^2 + y^2 = z^2$. A curva C é dada pela interseção entre S e o plano definido por $x + z = 2$.

- Encontre uma parametrização para C .
- Encontre um ponto em C cujo vetor tangente é horizontal, ou seja, ortogonal ao vetor $\hat{\mathbf{k}} = (0,0,1)$.

Questão 2: (2.5 pontos)

- Encontre a solução da EDO:

$$ty' + y = 2t \sin(2t), \quad t > 0$$

- Considere um sistema oscilatório descrito pelo problema de valor inicial:

$$x''(t) + x(t) = e^{2t}$$

$$x(0) = 0, x'(0) = 12/5$$

Determine a solução $x(t)$.

Questão 3: (2.5 pontos)

Sejam duas curvas C_1 e C_2 parametrizadas respectivamente por

$$\mathbf{r}_1(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, b), \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$\mathbf{r}_2(s) = (s, s, s^2), \quad s > 0$$

- Calcule o valor de b para que C_1 e C_2 possuam uma interseção.
- Encontre o ângulo entre as curvas na interseção.

Questão 4: (2.5 pontos)

Seja \mathcal{C} a curva de interseção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ com o plano $x + z = 0$, situada no semi-espaço $y \geq 0$. Seja ϕ a reta tangente à curva \mathcal{C} no ponto $(1, \sqrt{2}, -1)$. Encontre o ponto onde ϕ intercepta o plano de coordenadas xy .