



TEMPO DE PROVA: 2h

Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

Questão 1: (2.5 pontos)

Sabendo que as curvas $2x^2 + 3y^2 = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $xy = \sqrt{6}$ são tangentes, determine o valor de α e o ponto de tangência que se encontra no primeiro quadrante do sistema de coordenadas.

Questão 2: (2.5 pontos)

Calcule o limite abaixo, caso exista. Justifique.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,0)} \frac{(x-3)^2 + y^2}{2 - \sqrt{x^2 - 6x + y^2 + 13}}.$$

Questão 3: (2.5 pontos)

Encontre os valores máximos e mínimos da função $f(x, y) = xy$ na região

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2/8 + y^2/2 \leq 1\}.$$

Questão 4: (2.5 pontos)

Considere a função $f(x, y, z) = z\sqrt{1 - x^2 - y^2} + \ln(\ln z)$.

- (a) Determine e esboce o domínio D da função $f(x, y, z)$ em $\mathbb{R}^3$.
- (b) Em quais pontos (x, y, z) da superfície de nível $f(x, y, z) = k$ o vetor normal aponta na direção do eixo z ?
- (c) Se $G(t) = f(r(t))$, onde $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$, $r(4) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, e^2\right)$ e $r'(4) = \left(\frac{\sqrt{3}}{e^2}, \frac{4}{\ln 4}, 2\right)$, calcule $G'(4)$.