TEMPO DE PROVA: 2h

Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

Questão 1: (2.5 pontos)

(a) Identifique e faça um esboço da superfcie S_1 no espaço $\mathbb{R}^3$ dada por $x^2 = 2y$.

(b) Parametrize a curva C em $\mathbb{R}^3$ que é interseção das superfícies S_1 e do parabolóide hiperbólico S_2 dado por $3z = xy$.

(c) Encontre o comprimento da curva C da origem até o ponto $(6, 18, 36)$.

Questão 2: (2.5 pontos)

Seja $f(x, y) = ay^2 - 2by\cos x$, onde a e b são constantes reais. Que condições devem satisfazer as constantes a e b para que $(0, 1)$ seja um ponto de mínimo relativo de $f(x, y)$? Justifique.

Questão 3: (2.5 pontos)

Seja $2x - 3y + z = 1$ a equação do plano tangente ao gráfico de $f(x, y)$ no ponto $(3, 2, f(3, 2))$. Se $x(u, v) = u^2 + 2$, $y(u, v) = 2uv$ e $F(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$, calcule $\dfrac{\partial F}{\partial u}(1, 1)$.

Questão 4: (2.5 pontos)

Considere a solução $y(t)$ do problema de valor inicial (PVI)

$$\begin{aligned} &y'' - 2y' - 8y = 0, \\ &y(0) = \alpha, \quad y'(0) = 2\pi. \end{aligned}$$

Encontre o limite de $y(t)$ quando $t \to \infty$ em cada um dos casos abaixo:

(a) $\alpha > -\pi$

(b) $\alpha = -\pi$

(c) $\alpha < -\pi$