



TEMPO DE PROVA: 2h

**Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.**

**Questão 1:** (2.5 pontos)

Seja  $f(x, y) = \sqrt{3x^2 - y^2 - 1}$  e  $S$  a superfície do gráfico de  $f(x, y)$ .

- Determine algebricamente e esboce o domínio de  $f(x, y)$ .
- Identifique e faça um esboço da curva de nível de  $f(x, y)$  que passa pelo ponto  $(3, 0)$ .
- Identifique e esboce a superfície  $S$ .

**Questão 2:** (2.5 pontos)

Seja  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ .

- Podemos garantir que a função  $f(x, y)$  possui máximo absoluto e mínimo absoluto em  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 16\}$ ? Justifique.
- Determine o valor máximo absoluto e o valor mínimo absoluto de  $f$  em  $D$ , se possível. Justifique.

**Questão 3:** (2.5 pontos)

Considere o Folium de Descartes

$$\alpha(t) = \left( \frac{3t}{1+t^3}, \frac{3t^2}{1+t^3} \right), \quad t \neq -1.$$

- Ache um vetor tangente e um vetor normal ao Folium de Descartes em  $t = 1$ .
- Ache equações paramétricas da reta normal ao Folium de Descartes em  $t = 1$ .
- Esta reta normal passa pela origem? Justifique.

**Questão 4:** (2.5 pontos)

Considere a superfície  $S$  dada pela equação  $x + 2 = xy^2 + zx$ . Se o vetor  $v = (a, b, c)$  é tangente a  $S$  em  $(1, 1, 2)$ , mostre que  $2a + 2b + c = 0$ .