



TEMPO DE PROVA: 2h

As questões 1 a 3 são discursivas. Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

**Questão 1:** (1.5 ponto)

Uma partícula se move sobre o gráfico da equação  $y = \ln(x)$ , com  $x > 0$ , e tem velocidade horizontal  $x'(t) = te^t$ ,  $t > 0$ . Sabendo que para  $t = 1$ , a partícula passa pelo ponto  $(1, 0)$ , encontre a posição  $r(t) = (x(t), y(t))$  da partícula, e o vetor velocidade no tempo  $t = 1$ .

**Questão 2:** (1.5 ponto)

Seja  $f(x, y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+1}$ . Identifique e esboce todas as curvas de nível  $z = c$ . Para quais valores de  $c$  temos que a curva de nível correspondente é não vazia?

**Questão 3:** (2 pontos)

Dadas as superfícies  $S_1$  e  $S_2$  de equações  $3x^2 + y^2 - 4z^2 = 1$  e  $y = z^2 - 1$ , respectivamente, obtenha uma parametrização da curva  $\mathcal{C}$  formada pela interseção de  $S_1$  com  $S_2$  e que está localizada acima do plano  $z = 0$ .

As questões 4 a 8 são de múltipla escolha. Utilize a quarta folha do caderno de prova para colocar as respostas das questões 4 a 8. Escreva a letra selecionada e também o número ou fórmula correspondente.

**Questão 4:** (1 ponto)

A solução da equação diferencial  $y' = -\frac{y}{x}$ , com  $x > 0$ , e que passa pelo ponto  $(1, 2)$  verifica:

- (a)  $y(x) = \frac{1}{x} + 1$
- (b)  $y(x) = 2x$
- (c) Nenhuma das opções
- (d)  $y(x) = 2e^{-2x+2}$
- (e)  $y(x)$  é decrescente em  $(0, \infty)$

**Questão 5:** (1 ponto)

Considere o problema de valor inicial  $ty' + 2y = 4t^2$ ,  $y(1) = 2$ . O valor de  $y(2)$  é igual a

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b)  $\frac{13}{4}$
- (c)  $\frac{11}{2}$
- (d)  $\frac{17}{4}$
- (e)  $-1$

**Questão 6:** (1 ponto)

Considere a função  $y(t) = -e^{-2t} \ln t$ ,  $t > 0$ . Qual das seguintes equações é satisfeita pela função  $y$ ?

- (a)  $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-2t}}{t^2} - \frac{e^{-2t}}{t}$
- (b)  $y'' + 4y' + 4y = \frac{-e^{-2t}}{t^2}$
- (c)  $y'' + y' - 2y = \frac{e^{-2t}}{t^2} + \frac{3e^{-2t}}{t}$
- (d)  $y'' + 7y' + 10y = \frac{-e^{-2t}}{t^2} + \frac{3e^{-2t}}{t}$
- (e)  $y'' + 5y' + 6y = \frac{e^{-2t}}{t^2} + \frac{e^{-2t}}{t}$

**Questão 7:** (1 ponto)

Considere a reta  $L$  no espaço  $\mathbb{R}^3$  parametrizada pelas função vetorial  $r(t) = (1 + t, 2, 5 + t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . Qual das seguintes equações descreve um plano que não intersecta a reta acima?

- (a)  $-4x + 2y + 3z = 0$
- (b)  $-x - 2y + z = 0$
- (c)  $2x - 2y - 2z = 0$
- (d)  $2x - 3y + 4z = 0$
- (e) Nenhuma das opções

**Questão 8:** (1 ponto)

Considere a curva parametrizada por  $r(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . O comprimento de arco entre os pontos  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$  é igual a

- (a)  $\frac{1}{4}$
- (b) 1
- (c) Nenhuma das opções
- (d)  $\frac{3}{2}$
- (e)  $\frac{5}{2}$