Todas as respostas deverão ser devidamente justificadas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

Questão 1: (1.5 ponto)
Determine $y = y(t)$ solução geral da equação

$$y'' + 6y' + 9y = 0,$$

e calcule $\lim_{t\to+\infty} y(t)$.

Questão 2: (1.5 ponto)

Considere $P(t)$ uma população de cardume de peixes em certo lago, medida em centenas de milhares de peixes em t anos. Os peixes são *pescados com certa frequência* e dada suas taxas de reprodução, as populações evoluem de acordo com

$$P' = P(10 - P) - 25.$$

(a) Notando que $P(10-P)-25 = -(P-5)^2$, qual a população crítica que este modelo nos fornece, ou seja, qual constante C é tal que $P(t) \equiv C$ é solução da equação acima?

(b) Sabendo que $P(0) = 3$ (trezentos mil peixes), calcule quantos anos T teremos até a extinção dos peixes neste lago, ou seja, $P(T) = 0$.

Questão 3: (1.5 ponto)
Determine a equação de um elipsóide que passe pelo ponto $(0, 1, \sqrt{6})$ e intersecte o plano $\{z = 0\}$, na elipse $x^2 + y^2/4 = 1$.

Questão 4: (2.0 pontos)
Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} 9 - \sqrt{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \le 4 \\ b\ , & 4 < x^2+y^2 \le 16 \end{cases}$$

(a) Determine o valor de b para que a função $f(x,y)$ seja contínua no ponto $(0,2)$;

(b) Faça o esboço do gráfico de $f(x,y)$ para b encontrado no item (a).

(c) Mostre que não existe $f_y(0,2)$.

(d) A função $f(x,y)$ é diferenciável em $(0,2)$?

Questão 5: (1.5 ponto)

Seja $f(x,y) = e^{x^2-y^2}$.

(a) Determine a aproximação linear $L(x,y)$ de f no ponto $(1,1)$.

(b) Avalie $L(1.01, 0.99)$ para assim calcular um valor aproximado de $e^{(1.01)^2-(0.99)^2}$.

Questão 6: (2.0 pontos)
Determine os valores e os respectivos pontos de máximo e de mínimo da função $f(x,y) = x^2y^2$ restrita à elipse $x^2 + 4y^2 = 8$.