Todas as respostas deverão ser devidamente justificadas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

Questão 1: (1.5 ponto)
Considere um tanque contendo inicialmente 80 litros de uma solução com 125 gramas de soluto. Entram, no tanque, 2 litros por minuto de água pura e sai 1 litro por minuto da solução homogeneizada. Qual é o volume da solução no tanque e qual é a massa do soluto no instante em que solução alcança uma concentração de 1 grama por litro dentro do tanque?

Questão 2: (1.5 ponto)
Considere a curva abaixo, descrita como interseção de duas superfícies:

$$\mathcal{C}: \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 1 \\ \\ z = e^{4x^2 - 9y^2}. \end{cases}$$

Determine uma parametrização para esta curva que inicie no ponto $A = \left(\frac{1}{2}, 0, e\right)$ e termine no ponto $B = \left(-\frac{1}{2}, 0, e\right)$.

Questão 3: (1.5 ponto)
Considere a região Ω limitada pelas superfícies $\mathcal{S}_1:\ z^2 = 2(x^2 + y^2)$ e $\mathcal{S}_2:\ z^2 - x^2 - y^2 = 1$, com $z \geq 0$. Descreva a curva definida pela interseção de $\mathcal{S}_1$ e $\mathcal{S}_2$, para $z \geq 0$, e faça um esboço da região Ω.

Questão 4: (2.0 pontos)
Determine os valores de máximos e mínimos de $F(x, y, z) = x^2 - 2x + 3y^2 + 5z^2$ restrita à bola de raio 2: $c(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

Questão 5: (1.5 ponto)
Encontre a equação do plano tangente ao hiperbolóide $z^2 - x^2 - y^2 = 2$ em $(1, 1, 2)$. Determine se ele é paralelo ao plano $x + y - 2z = 0$, e caso não seja, calcule o ângulo entre estes planos.

Questão 6: (2.0 pontos)
Determine os valores de máximos locais, mínimos locais e pontos de sela da função

$$f(x, y) = 2x^3 - 3xy + 2y^3 + 10.$$

 Boa prova!