Questão 1: (1.5 ponto)

Considere a função de duas variáveis:

$$f = f(x, y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{y - 4}$$

1. Qual é o domínio dessa função? Descreva-o algebricamente e também faça um esboço.
2. Calcule, se existir, o limite abaixo. Caso não exista, justifique.

$$\lim_{(x,y)\to(2,4)} f(x, y).$$

Questão 2: (1.5 ponto)

Seja $f(x, y) = xy$ e $g(x, y) = x^2 + y^2$.

(a) Determine e esboce a curva de nível de f que passe pelo ponto $(1, 1)$.

(b) Determine e esboce a curva de nível de g que passe pelo ponto $(1, 1)$.

(c) A afirmação: "As curvas de nível de f e g dos itens anteriores são ortogonais no ponto $(1, 1)$" é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

Questão 3: (1.5 ponto)

A temperatura em certo ambiente é modelada por $T(x, y, z) = e^{y-1}\,\mathrm{sen}(xz) + \ln(1 + y^2z^6)$ em Kelvin.

(a) Considerando direções unitárias, qual a maior taxa de resfriamento, ou seja, a taxa de variação mais negativa da temperatura no ponto $(0, 1, 1)$?

(b) Uma andorinha move-se na trajetória $c(t) = (-5t, \cos(t), e^{-t})$, onde t denota o tempo. Qual a taxa de variação da temperatura sentida pela andorinha quando ela passa por $(0, 1, 1)$?

(c) O valor encontrado no item (b) é menor (mais negativo) que o encontrado no item (a). Porque isso não contradiz o fato de a taxa de variação no item (a) ser a de maior resfriamento?

Questão 4: (2.0 pontos)

Considere a superfície $S : x^2 + y^2 + 4z^2 - 6axyz = 37$. Determine o valor de a para que o plano tangente a S no ponto $(0, -1, 3)$ contenha o ponto $(1, -2, 1)$.

Questão 5: (1.5 ponto)

Identifique os pontos de máximo e mínimo globais da função $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ na região

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2\,;\ |x| \leq 3 \text{ e } x^2 \leq y \leq 9\right\}.$$

Questão 6: (2.0 pontos)

Determine os pontos de máximo e de mínimo globais da função $f(x, y) = x + y$ restrita à elipse $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 25.$

Justifique suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

 Boa prova!