Questão 1: (1.5 ponto)
Sabendo que $x_h(t) = C_1e^t + C_2e^{3t}$, $t \in \mathbb{R}$ é solução geral de uma equação homogênea da forma $x'' + bx' + cx = 0$, com b, c constantes, determine b e c e encontre a solução geral da equação não-homogênea $x'' + bx' + cx = 8e^{3t}$.

Questão 2: (1.5 ponto)
Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' + a(x)y = b(x), & 0 < x < \pi, \\ y(\pi/2) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Sabendo que $\mu(x) = \operatorname{sen} x$ é um fator integrante desta equação diferencial e que a solução do problema (1) é $y = y(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{2} - \dfrac{1}{2\operatorname{sen} x}$, ache $a(x)$ e $b(x)$.

Questão 3: (2.0 pontos)
Seja Ω a interseção das regiões $\mathcal{A} = \{(x, y, z); x^2+y^2 \le 1\}$, $\mathcal{B} = \{(x, y, z); z \ge 0\}$ e $\mathcal{C} = \{(x, y, z); z \ge \sqrt{x^2 + y^2}\}$. (a) As fronteiras de $\mathcal{A}$, de $\mathcal{B}$ e de $\mathcal{C}$, respectivamente, são superfícies quádricas; identifique cada uma delas. (b) Faça um esboço da região Ω.

Questão 4: (1.5 ponto)
Uma partícula se desloca ao longo de uma curva descrita por

$$\mathbf{r}(t) = \Big(t\cos(t), t\operatorname{sen}(t), t^2\Big), \quad t \ge 0.$$

Encontre a equação para uma superfície quádrica S que contenha a curva. Identifique a quádrica.

Questão 5: (2.0 pontos)
Seja $\mathcal{C}$ uma curva com parametrização $(x(t), y(t), z(t))$, $t \in \mathbb{R}$, e suponha que as coordenadas satisfaçam as equações:

$$\begin{cases} x'' + x = 0, \\ y = -x', \\ z' = 4, \\ x(0) = 0,\ y(0) = -2,\ z(0) = 2. \end{cases}$$

(a) Encontre fórmulas explícitas para $(x(t), y(t), z(t))$.

(b) Encontre uma parametrização para a reta tangente à curva $\mathcal{C}$ no ponto $P_0 = (2, 0, 2\pi + 2)$.

(c.) Calcule o comprimento do trecho da curva $\mathcal{C}$ obtido restringindo-se o parâmetro ao intervalo $t \in [-\pi, 5\pi]$

Questão 6: (1.5 ponto)
Considere uma curva $\mathcal{C}$ e um ponto P_0 sobre a curva. O ângulo θ_0 que a curva $\mathcal{C}$ faz com o eixo x em P_0 é definido pelas condições

$$\cos(\theta_0) = \frac{\vec{e_1} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|}, \quad 0 \le \theta_0 \le \pi,$$

onde $\vec{e_1} = (1, 0)$ e $\vec{v} \ne \vec{0}$ é um vetor tangente a $\mathcal{C}$ em P_0.
Seja $\mathcal{C}$ definida pelas equações paramétricas $(x(t), y(t)) = (t\operatorname{sen}(t), t\cos(t))$, $\quad -\pi/2 \le t \le \pi/2$.
Qual é o ângulo que esta curva faz com o eixo x em $P_0 = (0, 0)$?

 Boa prova!