2ª Prova de Cálculo Diferencial e Integral II — 4 de julho de 2013

1. Encontre a derivada direcional de $f(x, y, z) = xy + y^2z$ no ponto $P = (7, -2, 1)$ na direção do vetor $v = (2, 2, 1)$.
   (a) 2
   (b) -2
   (c) 6
   (d) -6
   (e) 0
   (f) nenhuma das demais alternativas

2. Encontre a derivada direcional de $f(x, y, z) = xy + y^2z$ no ponto $P = (-4, 2, -1)$ na direção do vetor $v = (1, 2, 2)$.
   (a) -2
   (b) 2
   (c) 6
   (d) -6
   (e) 0
   (f) nenhuma das demais alternativas

3. O vetor que dá a direção e o sentido onde ocorre a maior taxa de variação de $f(x, y) = x^2 + 3xy - 2y^2$ no ponto $(1, -2)$ é:
   (a) $(-4, 11)$
   (b) $(4, -11)$
   (c) $(1, 10)$
   (d) $(-1, -10)$
   (e) $(0, 0)$
   (f) nenhuma das demais alternativas

4. O vetor que dá a direção e o sentido onde ocorre a maior taxa de variação de $f(x, y) = x^2 + 3xy - 2y^2$ no ponto $(-1, 2)$ é:
   (a) $(4, -11)$
   (b) $(1, 10)$
   (c) $(-1, -10)$
   (d) $(-4, 11)$
   (e) $(0, 0)$
   (f) nenhuma das demais alternativas

5. O vetor que dá a direção e o sentido onde ocorre a maior taxa de variação de $f(x, y) = x^2 + 3xy - 2y^2$ no ponto $(2, -1)$ é:
   (a) $(1, 10)$
   (b) $(-1, -10)$
   (c) $(-4, 11)$
   (d) $(4, -11)$
   (e) $(0, 0)$
   (f) nenhuma das demais alternativas

6. O vetor que dá a direção e o sentido onde ocorre a maior taxa de variação de $f(x, y) = x^2 + 3xy - 2y^2$ no ponto $(-2, 1)$ é:
   (a) $(-1, -10)$
   (b) $(-4, 11)$
   (c) $(4, -11)$
   (d) $(1, 10)$
   (e) $(0, 0)$
   (f) nenhuma das demais alternativas

7. Seja $f(x,y) = x^3 + 2y^2 + xy - 2x + 5y$. Com relação ao ponto $P = (-1,-1)$, podemos afirmar que:
   (a) P é um ponto de sela.
   (b) P é um ponto de mínimo local.
   (c) P é um ponto de máximo local.
   (d) P não é um ponto crítico.
   (e) P é um ponto crítico, mas o teste da segunda derivada resulta inconclusivo.
   (f) nenhuma das demais alternativas é correta.

8. Seja $f(x,y) = x^3 + y^2 + 6xy - 8y$. Com relação ao ponto $P = (2,-2)$, podemos afirmar que:
   (a) P é um ponto de sela.
   (b) P é um ponto de mínimo local.
   (c) P é um ponto de máximo local.
   (d) P não é um ponto crítico.
   (e) P é um ponto crítico, mas o teste da segunda derivada resulta inconclusivo.
   (f) nenhuma das demais alternativas é correta.

9. Seja $f(x,y) = x^3 + y^2 + 6xy - 8y$. Com relação ao ponto $P = (4,-8)$, podemos afirmar que:
   (a) P é um ponto de mínimo local.
   (b) P é um ponto de sela.
   (c) P é um ponto de máximo local.
   (d) P não é um ponto crítico.
   (e) P é um ponto crítico, mas o teste da segunda derivada resulta inconclusivo.
   (f) nenhuma das demais alternativas é correta.

10. Com relação a $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^4 + y^2}$, pode-se afirmar que:
   (a) o limite não existe.
   (b) o limite existe e é igual a 0.
   (c) o limite existe e é igual a 1.
   (d) o limite existe e é igual a 2.
   (e) o limite existe e é igual a -3.
   (f) nenhuma das demais alternativas é verdadeira.

11. Com relação a $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^5 + y^2}$, pode-se afirmar que:
   (a) o limite não existe.
   (b) o limite existe e é igual a 0.
   (c) o limite existe e é igual a 1.
   (d) o limite existe e é igual a 2.
   (e) o limite existe e é igual a -3.
   (f) nenhuma das demais alternativas é verdadeira.

12. Com relação a $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^6 + y^2}$, pode-se afirmar que:
   (a) o limite não existe.
   (b) o limite existe e é igual a 0.
   (c) o limite existe e é igual a 1.
   (d) o limite existe e é igual a 2.
   (e) o limite existe e é igual a -3.
   (f) nenhuma das demais alternativas é verdadeira.

13. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função cujo gradiente é dado por $\nabla f(x,y) = (2xy^3 + 3,\ 3x^2y^2 - 2)$. Considere a curva parametrizada por $\left\{ \begin{array}{lcl} x(t) & = & t^2, \\ y(t) & = & t^3 - t \end{array} \right.$ e a função F definida por $F(t) = f\big(x(t), y(t)\big)$. Calcule $\dfrac{dF}{dt}(1)$.

   (a) 2
   (b) -10
   (c) $(2, 2)$
   (d) 10
   (e) -2
   (f) $(3, -2)$

14. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função cujo gradiente é dado por $\nabla f(x,y) = (2xy^3 + 3,\ 3x^2y^2 - 2)$. Considere a curva parametrizada por $\left\{ \begin{array}{lcl} x(t) & = & t^2, \\ y(t) & = & t^3 - t \end{array} \right.$ e a função F definida por $F(t) = f\big(x(t), y(t)\big)$. Calcule $\dfrac{dF}{dt}(-1)$.

   (a) -10
   (b) 2
   (c) $(-2, 2)$
   (d) 10
   (e) -2
   (f) $(3, -2)$

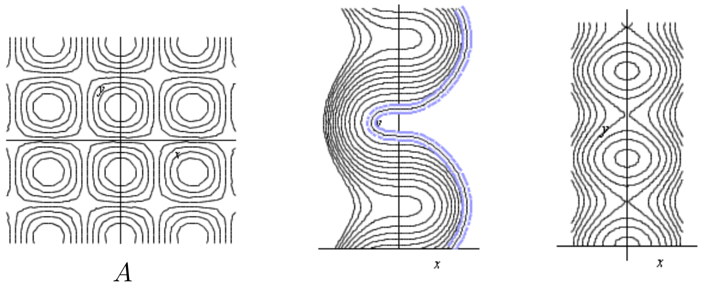
15. Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?

   (a) Se uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ possui derivadas parciais contínuas, então ela é diferenciável.
   (b) Uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciável em (x_0, y_0) pode não ter plano tangente em $\big(x_0,\ y_0,\ f(x_0, y_0)\big)$.
   (c) Toda função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ contínua em um ponto P é diferenciável em P.
   (d) A função $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ tem derivadas direcionais em todas as direções no ponto $(0, 0)$.
   (e) Para provar que uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ é contínua em (x_0, y_0), basta provar que $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$ existe sobre todas as retas que passam por (x_0, y_0).
   (f) Nenhuma das demais alternativas é verdadeira.

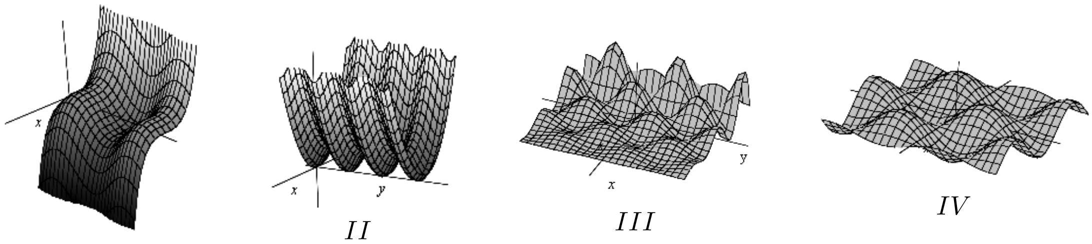
16. Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?

   (a) Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ é diferenciável em (x_0, y_0), então ela possui plano tangente em $\big(x_0,\ y_0,\ f(x_0, y_0)\big)$.
   (b) Uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ que possui derivadas parciais contínuas pode não ser diferenciável.
   (c) Toda função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ contínua em um ponto P é diferenciável em P.
   (d) A função $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ tem derivadas direcionais em todas as direções no ponto $(0, 0)$.
   (e) Para provar que uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ é contínua em (x_0, y_0), basta provar que $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$ existe sobre todas as retas que passam por (x_0, y_0).
   (f) Nenhuma das demais alternativas é verdadeira.

17. Os mapas de contorno abaixo (figuras A, B e C) correspondem a que gráficos (figuras I, II, III ou IV)?



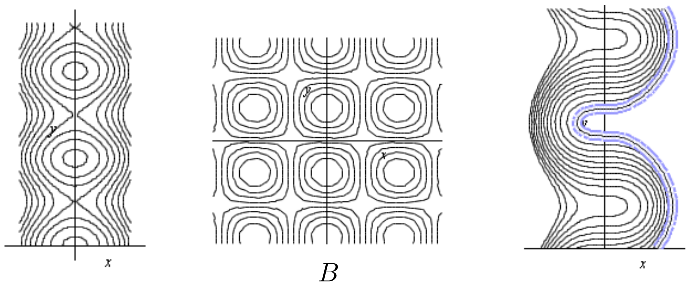
A B C



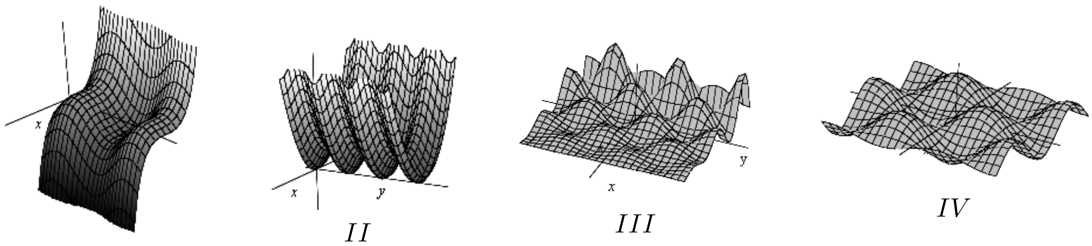
I II III IV

(a) $A \to IV,\ \ B \to I,\ \ C \to II$
(b) $A \to II,\ \ B \to IV,\ \ C \to I$
(c) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to IV$
(d) $A \to III,\ \ B \to I,\ \ C \to II$
(e) $A \to II,\ \ B \to III,\ \ C \to I$
(f) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to III$

18. Os mapas de contorno abaixo (figuras A, B e C) correspondem a que gráficos (figuras I, II, III ou IV)?



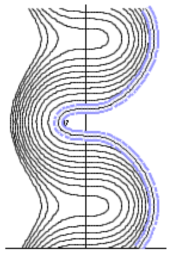
A B C



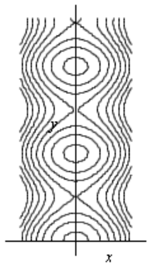
I II III IV

(a) $A \to II,\ \ B \to IV,\ \ C \to I$
(b) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to IV$
(c) $A \to IV,\ \ B \to I,\ \ C \to II$
(d) $A \to II,\ \ B \to III,\ \ C \to I$
(e) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to III$
(f) $A \to III,\ \ B \to I,\ \ C \to II$

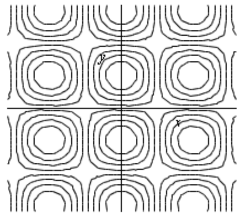
19. Os mapas de contorno abaixo (figuras A, B e C) correspondem a que gráficos (figuras I, II, III ou IV)?



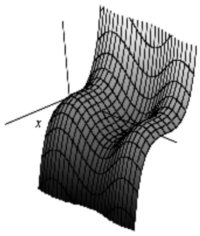
A



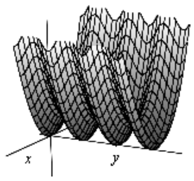
B



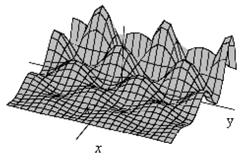
C



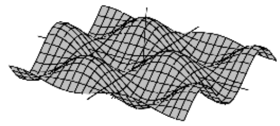
I



II



III



IV

(a) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to IV$
(b) $A \to IV,\ \ B \to I,\ \ C \to II$
(c) $A \to II,\ \ B \to IV,\ \ C \to I$
(d) $A \to I,\ \ B \to II,\ \ C \to III$
(e) $A \to III,\ \ B \to I,\ \ C \to II$
(f) $A \to II,\ \ B \to III,\ \ C \to I$

20. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável no ponto $(0,1)$. Se o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(0,1)$ é $x + 2y + 3z = 1$, então $\nabla f(0,1)$ é:

(a) $(-1/3, -2/3)$
(b) $(1/3, 2/3)$
(c) $(-1, -2)$
(d) $(1, 2)$
(e) $(1, 2, 3)$
(f) nenhuma das demais alternativas.

21. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável no ponto $(0,1)$. Se o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(0,1)$ é $x + 3y + 2z = 1$, então $\nabla f(0,1)$ é:

(a) $(-1/2, -3/2)$
(b) $(1/2, 3/2)$
(c) $(-1, -3)$
(d) $(1, 3)$
(e) $(1, 3, 2)$
(f) nenhuma das demais alternativas.

22. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável no ponto $(0,1)$. Se o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(0,1)$ é $x - 2y + 3z = 1$, então $\nabla f(0,1)$ é:

(a) $(-1/3, 2/3)$
(b) $(1/3, -2/3)$
(c) $(-1, 2)$
(d) $(1, -2)$
(e) $(1, -2, 3)$
(f) nenhuma das demais alternativas.

Gabarito do Único Teste Gerado

Teste 001: 1A 2B 3F 4A 5D 6D 7B 8A 9B 10A 11E 12E 13C 14C 15F 16D 17C 18C 19E 20E 21F 22B