UFRJ
Instituto de Matemática
Disciplina: Cálculo II
Professor: Equipe de Cálculo II
Data: 21 de maio de 2013

1ª prova unificada de Cálculo II – 2013.1

1. Um objeto move-se no espaço $\mathbb{R}^3$, descrevendo uma curva de comprimento π. Ele parte do ponto $(\sqrt{3}, 0, 0)$ no instante $t = 0$ e sua posição ao longo do tempo é dada por $(\sqrt{3}\cos t, \sqrt{3}\sin t, t)$. Sua posição final é:
   - **(a)** $(0, \sqrt{3}, \pi/2)$
   - (b) $(-\sqrt{3}, 0, \pi)$
   - (c) $(\sqrt{3}, 0, 2\pi)$
   - (d) $(0, -\sqrt{3}, 1)$
   - (e) $(\sqrt{15}, \pi/2, 0)$
   - (f) $(3\pi/2, 0, \sqrt{7})$

2. Considere a curva C parametrizada por $(t, 3t^2 - 2t, t^3 + 2)$, $t \in \mathbb{R}$. Uma equação para o plano que passa pelo ponto $(1, 1, 3)$ e é perpendicular à reta tangente à curva C neste ponto é:
   - **(a)** $x + 4y + 3z = 14$
   - (b) $x + 3y + 3z = 13$
   - (c) $3x + y + 3z = 13$
   - (d) $3x + y + 6z = 22$
   - (e) $x + y + 3z = 11$
   - (f) $x + y + z = 5$

3. A EDO $x'' + 2x' + 5x = -2t\sin(t) + 3e^t$ possui uma solução da forma:
   - **(a)** $x_p(t) = (A_0 + A_1 t)\cos(t) + (B_0 + B_1 t)\sin(t) + Ce^t$
   - (b) $x_p(t) = e^{-t}\Big(A\cos(2t) + B\sin(2t)\Big)$
   - (c) $x_p(t) = e^{t}\Big(A\cos(2t) + B\sin(2t)\Big)$
   - (d) $x_p(t) = e^{t}\Big((A_0 + A_1 t)\cos(t) + (B_0 + B_1 t)\sin(t)\Big)$
   - (e) $x_p(t) = 0$
   - (f) nenhuma das demais alternativas

4. Um tanque contém inicialmente (em $t = 0$) 100 litros de água pura. Injetam-se no tanque 10 litros/hora de água com sal a uma concentração que varia com o tempo segundo a fórmula

$$C(t) = e^{-t^2}\text{kg/litro} \quad (\text{para } t \text{ medido em horas}),$$

   e retiram-se 10 litros/hora da mistura resultante (assumida sempre homogênea). A função $q(t)$, que representa a quantidade de sal no tanque ao longo do tempo, é solução da equação diferencial:
   - **(a)** $q' = 10e^{-t^2} - 10\dfrac{q}{100}$
   - (b) $q' = 10 - 10\dfrac{q}{100}$
   - (c) $q' = 10 - 10\dfrac{q}{100 + e^{-t^2}}$
   - (d) $q' = 10e^{-t^2} - qe^{-t^2}$
   - (e) $q' = 10\dfrac{1}{100 + e^{-t^2}} - 10\dfrac{e^{-t^2}}{100 + e^{-t^2}}$
   - (f) nenhuma das demais alternativas

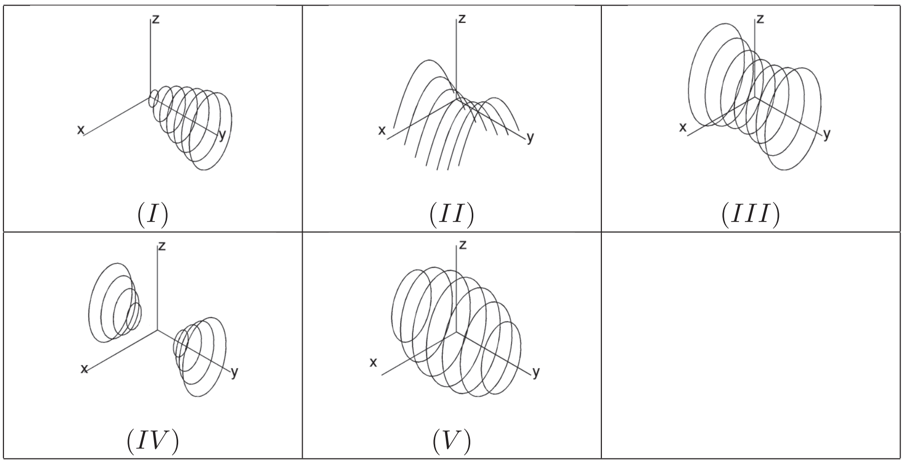
5. Escreva uma EDO de segunda ordem, linear, homogênea, com coeficientes constantes, com solução geral da forma $x(t) = e^{2t}(C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t)$, onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias.

   (a) $x'' - 4x' + 13x = 0$
   (b) $x'' - 6x' + 13x = 0$
   (c) $x'' + 4x' + 13x = 0$
   (d) $x'' + 6x' + 13x = 0$
   (e) $x'' - 5x' + 6x = 0$
   (f) Não existe EDO com as propriedades requeridas.

6. Considere a curva C parametrizada por $\begin{cases} x = \ln(t) \\ y = \sqrt{t} \end{cases}$, $t > 0$. A reta tangente a C no ponto $(0, 1)$ corta o eixo-x no ponto:

   (a) $(-2, 0)$
   (b) $(-\frac{1}{2}, 0)$
   (c) $(2, 0)$
   (d) $(\ln(2), 0)$
   (e) $(1, 0)$
   (f) nenhuma das demais alternativas

7. As interseções da superfície definida por $\dfrac{x^2}{9} + y^2 - \dfrac{z^2}{4} = 1$ com planos paralelos ao plano-xz estão representadas na seguinte figura:



   (a) nenhuma das demais alternativas
   (b) (I)
   (c) (II)
   (d) (III)
   (e) (IV)
   (f) (V)