



Prova Final Unificada de Cálculo II - Engenharia/Escola de Química
01/12/2010

1ª Questão: (3 pontos)

Considere a equação $y'' + \frac{1}{x} y' = \ln x$, $x > 0$.

1. Faça a substituição $z(x) = y'(x)$ e obtenha uma nova equação diferencial de ordem 1.
2. Resolva a equação diferencial obtida no item anterior.
3. Agora obtenha a solução da equação diferencial de segunda ordem dada na questão, com as condições iniciais $y(1) = 0$ e $y'(1) = 0$.

2ª Questão: (3 pontos)

Sejam $F(x, y, z)$ e $g(x, y)$ funções diferenciáveis tais que, para todo (x, y) no domínio de $g(x, y)$,

$$F(x, y, g(x, y)) = 0.$$

Suponha que: $g(1, 1) = 3$, $F_x(1, 1, 3) = 2$, $F_y(1, 1, 3) = -1$ e $F_z(1, 1, 3) = 5$.

Em cada item, assinale a alternativa correta.

Item 1. Dentre os vetores \vec{v} abaixo, qual nos dá $\frac{\partial F}{\partial \vec{v}}(1, 1, 3) = 1$?

(A) $\vec{v} = (-\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5})$, (B) $\vec{v} = (\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0)$, (C) $\vec{v} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0)$, (D) $\vec{v} = (\frac{4}{5}, 0, \frac{3}{5})$, (E) $\vec{v} = (\frac{3}{5}, 0, -\frac{4}{5})$.

Item 2. As derivadas parciais $g_x(1, 1)$ e $g_y(1, 1)$ são respectivamente:

(A) $-2/5$ e $1/5$, (B) $1/5$ e $-2/5$, (C) 1 e 2 , (D) -2 e -1 , (E) 0 e 0 .

Item 3. A reta tangente à curva de nível de $g(x, y)$ em $(1, 1)$ passa pelo ponto:

(A) $(0, 0)$, (B) $(2, -1)$, (C) $(1, 2)$, (D) $(0, -1)$, (E) $(1, 0)$.

VIRE A PÁGINA

3ª Questão: (4 pontos)

Considere as superfícies S_1 e S_2 de equações $x^2 + 4y^2 = 4$ e $z - \sqrt{3}y = 0$, respectivamente. Seja C a curva interseção das superfícies S_1 e S_2 .

Em cada item, assinale a alternativa correta.

Item 1. O comprimento da curva C é:

- (A) 2π (C) $\sqrt{3}\pi$ (E) $(\sqrt{3} + 4)\pi$
(B) 4π (D) 8π

Item 2. Os pontos da curva C nos quais as retas tangentes são paralelas ao eixo x são:

- (A) $(2,0,0)$ e $(-2,0,0)$ (D) $(\sqrt{3}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ e $(-\sqrt{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$
(B) $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2})$ e $(-\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2})$ (E) $(1,0,0)$ e $(-1,0,0)$
(C) $(0,1,\sqrt{3})$ e $(0,-1,-\sqrt{3})$

Item 3. Dentre os vetores abaixo, qual é normal à curva C no ponto $(\sqrt{3}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$:

- (A) $(-4,1,-\sqrt{3})$ (C) $(0,1,0)$ (E) $(2,1,-\frac{1}{6})$
(B) $(-2,1,1)$ (D) $(0,-\sqrt{3},1)$

Item 4. Seja $f(x, y, z) = x + y + \sqrt{3}z$. O valor máximo de f sobre a curva C é:

- (A) $12/\sqrt{5}$ (C) $(10 + 8\sqrt{3})/\sqrt{5}$ (E) $34/\sqrt{5}$
(B) $10/\sqrt{5}$ (D) $(8\sqrt{3} - 10)/\sqrt{5}$

Boa Sorte!!!