



2ª Prova Unificada de Cálculo II - Engenharia/Escola de Química  
24/11/2010

1ª Questão: (2,5 pontos)

1. Faça um esboço do gráfico da função

$$f(x, y) = \begin{cases} 12 - x^2 - y^2 & , \text{ se } x^2 + y^2 \geq 9, \\ 2 + \sqrt{x^2 + y^2} & , \text{ se } x^2 + y^2 < 9. \end{cases}$$

2. Verifique onde a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|xy| \cos(y)}{|y| + x^4} & , \text{ se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & , \text{ se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

é contínua.

2ª Questão: (3,5 pontos)

Seja  $f(x, y) = ax^2 + 3xy + y^2$ , onde  $a \neq 9/4$ .

1. Determine o ponto crítico de  $f$ .
2. Determine, se possível, os valores de  $a$ , de modo que o ponto crítico de  $f$  seja:
  - (a) ponto de máximo local;
  - (b) ponto de mínimo local;
  - (c) ponto de sela.
3. Se  $a = 9/4$ , o que se pode dizer sobre o ponto crítico de  $f$  encontrado em 1.?
4. Ache os valores máximo e mínimo absolutos de  $f(x, y) = \frac{9x^2}{4} + 3xy + y^2$ , no conjunto

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; 9x^2 + 4y^2 = 4\}.$$

VIRE A PÁGINA

3ª Questão: (4 pontos)

Sabendo-se, que  $2x + y + 3z = 6$  é a equação do plano tangente ao gráfico de uma função diferenciável  $f(x, y)$  no ponto  $P = (1, 1, 1)$ , escolha em cada item a alternativa correta.

**Item 1** As derivadas parciais  $f_x(1, 1)$  e  $f_y(1, 1)$  são respectivamente:

- (A)  $-2$  e  $-1$  (B)  $2$  e  $1$  (C)  $2/3$  e  $1/3$  (D)  $-2/3$  e  $-1/3$  (E)  $-1$  e  $-1/3$

**Item 2** Dentre os pontos abaixo, qual pertence à reta normal ao gráfico de  $f(x, y)$  no ponto P ?

- (A)  $(10, 4, 10)$  (B)  $(5, 3, 7)$  (C)  $(-3, 1/3, 2)$  (D)  $(0, 0, 0)$  (E)  $(5, 3, 3)$

**Item 3** Dentre os vetores abaixo, qual nos dá  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(1, 1) = 0$ ?

- (A)  $\mathbf{v} = (1/\sqrt{5}, -2/\sqrt{5})$  (B)  $\mathbf{v} = (-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$  (C)  $\mathbf{v} = (1/\sqrt{10}, -3/\sqrt{10})$   
(D)  $\mathbf{v} = (1/3, 1/3)$  (E)  $\mathbf{v} = (1, 0)$

**Item 4** Qual dentre as equações abaixo, representa uma superfície tangente ao gráfico de  $f(x, y)$  no ponto P ?

- (A)  $xy + xz = 2$  (B)  $x^2 + y^2 + z^3 = 3$  (C)  $x^2yz = 1$   
(D)  $xy + xz + yz = 3$  (E)  $x^2yz^3 = 1$

**Item 5** Seja  $G(u, v) = f(h(u, v), q(u, v))$ , onde

	$f$	$f_x$	$f_y$	$h$	$h_u$	$h_v$	$q$	$q_u$	$q_v$
$(1, 2)$	2	1	3	5	2	2	-4	10	-2
$(-1, -3)$	-2	-2	1/5	1	2/5	-1/3	2	3/5	5/3

As derivadas parciais  $G_u(-1, -3)$  e  $G_v(-1, -3)$  são respectivamente:

- (A)  $-32$  e  $-4$  (B)  $-9/25$  e  $7/3$  (C)  $11/5$  e  $14/3$   
(D)  $-17/25$  e  $1$  (E)  $1$  e  $-11/3$

**Boa Sorte!!!**