



1ª Prova Unificada de Cálculo II
Engenharia e Engenharia Química
01/10/2008

1ª Questão: (2 pontos)

Determine a solução da equação diferencial linear de segunda ordem com coeficientes constantes:

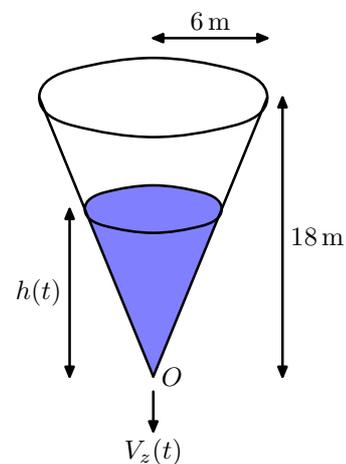
$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 5x^2; \\ y(0) = 1; \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

2ª Questão: (2,5 pontos)

Um tanque tem a forma de um cone com base circular de raio 6m e altura 18m, como mostra a figura ao lado. Ele está inicialmente repleto com água. A água vaza por um orifício circular O situado no vértice do cone com vazão (isto é, taxa de variação do volume por unidade de tempo) dada pela fórmula:

$$V_z(t) = \frac{\pi}{9} \sqrt{2gh(t)} \text{ m}^3/\text{s},$$

onde $h(t)$ é a altura do nível da água no instante t . Considere aqui a aceleração da gravidade $g = 9 \text{ m/s}^2$. Determine o tempo necessário para se esvaziar este tanque.



3ª Questão: (2,5 pontos)

Dois partículas se movem no plano \mathbf{R}^2 de acordo com os seguintes vetores posição

$$\vec{r}_1 = (1 + t)\vec{i} + (3t - 2)\vec{j}, \quad \vec{r}_2 = (1 - t)\vec{i} + t^2\vec{j},$$

onde o tempo t é o mesmo para as duas partículas.

1. Determine os pontos onde as trajetórias se cruzam.
2. Mostre que as duas partículas nunca se encontram.
3. Determine os instantes em que as duas partículas têm a mesma velocidade escalar.

4ª Questão: (3 pontos)

Considere a superfície S em \mathbf{R}^3 dada pela equação $x^2 - 2x + y^2 + z^2 - 4z = 6$.

1. Identifique a superfície quádrlica S e desenhe a figura correspondente a essa quádrlica.
2. Parametrize a curva C obtida pela interseção de S com o plano $y + z = 4$ e calcule a distância ao longo da curva C , do ponto $A = (4, 1, 3)$ ao ponto $B = (-2, 1, 3)$.
3. Determine a equação da reta tangente à curva C passando pelo ponto A do item anterior.