Questão 1: (2.5 pontos)
Faça o que se pede:

(a) (0.5 ponto) Seja $f(x,y) = 4x\cos(xy)$. Encontre a derivada direcional de f no ponto $(2,\pi)$ com relação à direção do vetor $u = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

(b) (0.5 ponto) Qual é a menor taxa de variação da função $f(x,y)$ do item anterior no ponto $(2,\pi)$? Em que direção e sentido esta ocorre?

(c) (1.5 ponto) Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função com derivada contínua e h uma função dada por $h(x,y) = e^{2x}g(x-3y)$. Mostre que $3h_x + h_y - 6h = 0$

Questão 2: (2.5 pontos)
Seja S_1 a superfície definida implicitamente pela equação $x^2 + 3y^2 + xz^2 = 12$.

(a) (1.0 ponto) Encontre o plano tangente à superfície S_1 no ponto $(2,0,2)$.

(b) (1.5 ponto) Seja agora a superfície S_2 que corresponde ao gráfico da função $f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 15$. Encontre uma parametrização para a reta tangente à curva de interseção das superfícies S_1 e S_2 no ponto $(0,2,1)$.

Questão 3: (2.5 pontos)
Seja uma função f definida em D sendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tais que } 0 \leq x \leq 2 \quad \text{e} \quad -2 \leq y \leq 2\}$$

e

$$\begin{aligned} f : D &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\longrightarrow x^3 + y^3 - 3x - 3y \end{aligned}$$

(a) (0.8 ponto) Encontre todos os pontos críticos no interior de D.

(b) (0.7 ponto) Identifique máximos locais, mínimos locais e pontos de sela no interior de D

(c) (1.0 ponto) Identifique o valor máximo absoluto, o valor mínimo absoluto e os pontos em que estes ocorrem

Questão 4: (2.5 pontos)
Uma indústria deseja fabricar caixas iguais em forma de paralelepípedo com volume por caixa igual a 128 unidades de volume. O material a ser utilizado na base tem custo de $R\$7,00$ por unidade de área, o material a ser usado nas paredes laterais tem custo de $R\$2,00$ por unidade de área e o material a ser usado na tampa tem custo de $R\$1,00$ por unidade de área. Encontre as dimensões da caixa com menor custo de material.
Obs. Resolver esta questão por multiplicadores de Lagrange. Só serão consideradas as respostas que utilizem esta técnica.

 Boa prova!