TEMPO DE PROVA: 2h.

Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.

Questão 1 (2.5 pontos):
Determine a solução geral da equação diferencial ordinária:

$$y'' + 4y' + 3y = 3x \, .$$

Questão 2 (2.5 pontos):
Uma partícula se move sob a curva parametrizada C de forma que sua velocidade é

$$r'(t) = \left(te^{-x(t)}, 14 - t^2, e^t - z(t)\right) \, , t > 0 \, ,$$

e para a qual temos que $r(0) = (0, 2, 1)$. Determine o vetor posição $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$.

Questão 3 (2.5 pontos):
Considere a curva $C_1 \subset \mathbb{R}^2$, parametrizada pela função

$$f(t) = \left(\frac{1}{2}t^2, \frac{1}{3}t^3\right) \, , \quad t \in [0, 2] \, ,$$

e a curva C_2, que é o segmento de reta que une os pontos $A = (0, 0)$ e $B = (3, 1)$.

(a) Mostre que o comprimento de C_1 é $\frac{1}{3}(5\sqrt{5} - 1)$.

(b) Apresente uma parametrização para C_2, indicando o domínio do parâmetro.

(c) Dentre as curvas C_1 e C_2, explique qual é mais longa.

Questão 4 (2.5 pontos):
Dadas as superfícies $x^2 + 4y^2 = 1$ e $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$,

(a) Identifique as superfícies.

(b) Determine uma parametrização para a curva σ dada pela interseção entre as superfícies.

(c) Encontre a reta tangente à curva σ no ponto $P = \left(1, 0, \frac{1}{4}\right)$.