1. Seja P o ponto com coordenada $x = 1$ que está na interseção do parabolóide $z = 2 - x^2 - y^2$ com o semi-cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. O plano tangente ao parabolóide em P é:

(a) $2x + z = 3$
(b) $2x + z = 5$
(c) $x + z = 2$
(d) $2x + y + z = 3$
(e) $2x + y + z = 5$

2. Seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

É correto afirmar que:

(a) f tem derivadas parciais na origem
(b) f é contínua na origem
(c) f é diferenciável na origem
(d) $f(x,y) \to 0$ quando $(x,y) \to (0,0)$ ao longo de qualquer reta que passa pela origem
(e) $0 \leq f(x,y) \leq y$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

3. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável tal que o valor máximo de $D_{\mathbf{u}}f(0,2)$ é igual a 2 e ocorre quando $\mathbf{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Se $x(s,t) = s^2t$, $y(s,t) = 2se^t$ e $F(s,t) = f(x(s,t), y(s,t))$ então $\frac{\partial F}{\partial t}(1,0)$ é:

(a) $3\sqrt{2}$
(b) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
(c) 0
(d) $2\sqrt{2}$
(e) $\sqrt{2}$

4. A distribuição de temperatura em uma chapa metálica é dada por $T(x,y) = x^4 + y^3$ em graus Celcius e x, y em metros. Se um inseto se desloca a partir do ponto $(1,1)$ na direção e sentido da derivada direcional máxima nesse ponto, qual a temperatura após 5 metros?

(a) 689^oC
(b) 1512^oC
(c) 160^oC
(d) 300^oC
(e) 500^oC

5. Seja $P = (x,y,z)$ um ponto no primeiro octante pertencente à superfície de equação $x^2 + y^2 + z = 1$. Considere a caixa H de vértices P, $(0,y,z)$, $(0,0,z)$, $(x,0,z)$, $(x,y,0)$, $(0,y,0)$, $(0,0,0)$ e $(x,0,0)$. O volume máximo de H é

(a) $1/8$
(b) $1/4$

(c) $1/16$
(d) $1/3$
(e) 1

6. Considere a função $f(x,y) = xy$ e o domínio

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1 \text{ e } -1 \leq y \leq 1\}.$$

Considere as afirmativas:

(I) f tem dois pontos de máximo absoluto em R
(II) f tem dois pontos de mínimo absoluto em R
(III) O valor máximo absoluto de f em R é 1
(IV) O valor mínimo absoluto de f em R é 0
(V) f tem apenas um ponto crítico no interior de R

Assinale a alternativa correta:

(a) Apenas a afirmativa IV é falsa
(b) Apenas a afirmativa V é falsa
(c) Todas as afirmativas são verdadeiras
(d) Apenas as afirmativas II e IV são falsas
(e) Todas as afirmativas são falsas

7. Seja $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^3$ onde a, b, c são números reais. Se $b^2 - 4ac < 0$ e $b > 0$ então:

(a) $(0,0)$ é ponto de sela
(b) $(0,0)$ é ponto de mínimo local
(c) $(0,0)$ é ponto de máximo local
(d) $(0,0)$ não é ponto crítico
(e) nenhuma das demais alternativas

8. Considere os seguintes limites:

$$\text{(I)} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^3}{3x^2+y^6}, \quad \text{(II)} \lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{xy}{x^2+y^2}, \quad \text{(III)} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy\,\mathrm{sen}(xy)}{x^2+y^2}.$$

Então:

(a) nenhuma das demais alternativas
(b) I não existe; II não existe; III existe
(c) I não existe; II existe; III não existe
(d) I existe; II não existe; III existe
(e) I existe; II existe; III não existe

9. Considere a curva $\mathcal{C}$ parametrizada por

$$\mathbf{r}(t) = (t^2, \mathrm{sen}\, t - t\cos t, \cos t + t\,\mathrm{sen}\, t), \quad t \in [-1,1].$$

O comprimento de $\mathcal{C}$ é:

(a) $\sqrt{5}$
(b) 0
(c) $7/6$
(d) $2\sqrt{5}$

(e) 1/6

10. Qual o valor de b de modo que nenhuma solução particular da equação diferencial

$$y'' + by' + 5y = e^{-t}\cos(2t)$$

seja da forma $Ae^{-t}\cos(2t) + Be^{-t}\,\mathrm{sen}\,(2t)$, para alguns $A, B \in \mathbb{R}$.

(a) 2
(b) -2
(c) 1
(d) -1
(e) nenhuma das demais alternativas

11. O número de soluções constantes da equação diferencial

$$y' = x\cos y$$

é:

(a) infinito
(b) 1
(c) 2
(d) 0
(e) nenhuma das demais alternativas

12. A solução geral da equação diferencial

$$xy' + y = \sqrt{x} \quad (x > 0)$$

é (onde $C \in \mathbb{R}$):

(a) $y = 2\sqrt{x}/3 + C/x$
(b) $y = 2x^{3/2}e^{-x}/3 + Ce^{-x}$
(c) $y = 2\sqrt{x}/3 + C$
(d) $y = 2x^{3/2}e^{-x}/3 + C$
(e) $y = 2x^{3/2}/3 + Ce^{-x}$

13. Uma parametrização da curva obtida pela interseção do semi-cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ com o plano $z = 1 + y$ é:

(a) $\mathbf{r}(t) = (t, \frac{1}{2}(t^2 - 1), \frac{1}{2}(t^2 + 1)),\ t \in \mathbb{R}$
(b) $\mathbf{r}(t) = (\sqrt{1 + t^2}, t^2, t^2 + 1),\ t \in \mathbb{R}$
(c) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \mathrm{sen}\, t, 1 + \mathrm{sen}\, t),\ t \in [0, 2\pi]$
(d) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \mathrm{sen}\, t + 1, \mathrm{sen}\, t + 2),\ t \in [0, 2\pi]$
(e) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \mathrm{sen}\, t - 1, \mathrm{sen}\, t),\ t \in [0, 2\pi]$