1. Se y é a solução do problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} + e^x y^2 = 0, \quad y(0) = 1$$

então é errado afirmar que:

(a) y é limitada
(b) y é decrescente
(c) $y(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(d) $y(1) < 1$
(e) $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$

2. A solução geral de $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ pode ser escrita na forma $y = y_h + y_p$, onde y_h é a solução geral da equação homogênea associada e y_p é da forma:

(a) Ax^2e^{2x}
(b) Axe^{2x}
(c) Ae^{2x}
(d) $Ae^{2x} + Bxe^{2x}$
(e) nenhuma das demais alternativas

3. Uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se diz limitada se existe uma constante $M > 0$ tal que $|f(x)| \leq M$ para todo o $x \in \mathbb{R}$.

Qual o valor de ω tal que a equação diferencial

$$y'' - 2y' + 5y = \cos(\omega x)$$

não tenha soluções limitadas?

(a) nenhuma das demais alternativas
(b) $\omega = 2$
(c) $\omega = -2$
(d) $\omega = 1$
(e) $\omega = -1$

4. Seja $y(x)$ a solução do problema de valor inicial

$$y' - 2y = e^{2x}, \quad y(0) = 1.$$

Quanto vale $y(1)$?

(a) $2e^2$
(b) $e^2 + 1$
(c) $\frac{1}{2}e^2(e^2 + 1)$
(d) $\frac{1}{2}(e^4 + 1)$
(e) e^2

5. Um tanque inicialmente contém 100 L de água pura. No instante t, é introduzida no tanque água salgada com uma concentração de 0,2 Kg/L a uma velocidade de 2 L/min, e a mistura homogênea sai do tanque a uma velocidade de 2 L/min. Se $y(t)$ é a quantidade, em Kg, de sal no tanque após t minutos, quanto vale $\lim_{t\to+\infty} y(t)$?

(a) 20
(b) 10

(c) $+\infty$
(d) 40
(e) este limite não existe

6. Seja $\mathcal{C}$ a curva parametrizada por $\mathbf{r}(t) = (2t, t^2, t^3)$, $t \in \mathbb{R}$. O ponto na curva onde o vetor tangente é também um vetor normal ao plano $x + 2y + 6z = 0$ é:

(a) $(4, 4, 8)$
(b) $(2, 4, 12)$
(c) $(1, 2, 6)$
(d) $(2, 1, 1)$
(e) $(0, 0, 0)$

7. Qual o ponto da curva $\mathcal{C}$, parametrizada por

$$\mathbf{r}(t) = (4t\cos t, t\,\mathrm{sen}\,t, t), \quad t \in [0, 2\pi],$$

no qual a reta tangente a $\mathcal{C}$ contém o ponto $(\pi^2, 0, 0)$?

(a) $(0, \pi/2, \pi/2)$
(b) $(-4\pi, 0, \pi)$
(c) $(\pi\sqrt{2}/2, \pi\sqrt{2}/8, \pi/4)$
(d) $(0, -3\pi/2, 3\pi/2)$
(e) $(8\pi, 0, 2\pi)$

8. Considere a curva $\mathcal{C}$ descrita pelo ponto P, para $\theta \in (0, \pi/2)$, como na figura. Uma parametrização de $\mathcal{C}$ é:

fig_p1_c2.pdf

(a) $\mathrm{P}(\theta) = (1/\mathrm{tg}\,\theta, \sin\theta)$
(b) $\mathrm{P}(\theta) = (\mathrm{tg}\,\theta, \cos\theta)$
(c) $\mathrm{P}(\theta) = (1/\mathrm{sen}\,\theta, \mathrm{sen}\,\theta)$
(d) $\mathrm{P}(\theta) = (1/\cos\theta, \cos\theta)$
(e) nenhuma das demais alternativas

9. O comprimento da curva dada pela interseção do cilindro $x^2 + \dfrac{y^2}{2} = 1$ com o plano $x = z$ é:

(a) $2\sqrt{2}\pi$
(b) 2π
(c) π
(d) $\sqrt{2}\pi$
(e) $\dfrac{\pi}{2}$

10. Qual dos seguintes planos é perpendicular, simultaneamente, aos planos $x - y + 2z = 1$ e $2x + y - z = 2$, e contém o ponto $(1, 0, -1)$?

(a) $x - 5y - 3z = 4$

(b) $-x + 5y + 3z = 1$
(c) $-x + 3y + 2z = 2$
(d) $2x - y + 3z = -1$
(e) $x - 3y - 2z = -1$

11. Seja $\mathcal{C}$ a curva que é a interseção das 2 superfícies de equações

$$4x^2 + y^2 = 2y \quad \text{e} \quad x - y + z = 1.$$

Então uma parametrização de $\mathcal{C}$ é:

(a) $\mathbf{r}(t) = (\frac{1}{2}\cos t, \operatorname{sen} t + 1, 2 - \frac{1}{2}\cos t + \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, 2\pi]$
(b) $\mathbf{r}(t) = (2\cos t, \operatorname{sen} t + 1, 2 - 2\cos t + \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, 2\pi]$
(c) $\mathbf{r}(t) = (\frac{1}{2}\cos t, \operatorname{sen} t - 1, -\frac{1}{2}\cos t + \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, 2\pi]$
(d) $\mathbf{r}(t) = (2\cos t, \operatorname{sen} t - 1, -2\cos t + \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, 2\pi]$
(e) $\mathbf{r}(t) = (2\cos t, \operatorname{sen} t + 1, -2\cos t + \operatorname{sen} t), \quad t \in [0, 2\pi]$

12. Um objeto se desloca segundo o vetor posição

$$\mathbf{r}(t) = (2, 4\operatorname{sen}(t/2), 3 - t/\pi),\ t \geq 0.$$

Se t_1 é o primeiro instante em que $\mathbf{r}(t)$ é ortogonal ao vetor $\mathbf{u} = (1, -1, 0)$, a velocidade escalar do objeto em $t = t_1$ é:

(a) $\sqrt{3 + 1/\pi^2}$
(b) 0
(c) $\sqrt{3 - 1/\pi^2}$
(d) $\sqrt{24}$
(e) $\sqrt{13}$

13. Se

$$\frac{dy}{dx} = -x - xy\ ,$$

então $\lim_{x\to\infty} y(x)$ é igual a

(a) -1
(b) 0
(c) 1
(d) ∞
(e) $-\infty$