

Prova Final

1. O valor da constante a de modo que $y = e^{-2x} \cos x$ seja uma solução de $y'' + ay' + 5y = 0$ é:
- (a) 4
 - (b) 0
 - (c) -4
 - (d) 2
 - (e) -2

2. A equação diferencial $y'' + 4y = e^{3x} + \cos(2x)$ tem uma solução particular da forma (onde A, B, C são constantes reais):
- (a) $y = Ax \cos(2x) + Bx \sin(2x) + Ce^{3x}$
 - (b) $y = A \cos(2x) + B \sin(2x) + Ce^{3x}$
 - (c) $y = Ax \cos(2x) + Bx \sin(2x) + Cxe^{3x}$
 - (d) $y = Ax^2 \cos(2x) + Bx^2 \sin(2x) + Cxe^{3x}$
 - (e) $y = Ax \cos(2x) + Bx \sin(2x) + Cx^2 e^{3x}$

3. A superfície dada pela equação

$$3x^2 - 2y^2 + z^2 + 4y - 1 = 0$$

é:

- (a) Um hiperbolóide de 2 folhas
 - (b) Um hiperbolóide de 1 folha
 - (c) Um cone
 - (d) Um cilindro
 - (e) Um parabolóide hiperbólico
4. Considere a curva parametrizada por

$$\mathbf{r}(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t^2), \quad t \geq 0.$$

Em qual ponto da curva o vetor tangente faz um ângulo de $\pi/6$ com o vetor $(0, 0, 1)$?

- (a) $\mathbf{r}(\sqrt{3})$
 - (b) $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \pi^2/16)$
 - (c) $(\sqrt{3}, 1, \pi^2/36)$
 - (d) $\mathbf{r}(\sqrt{2})$
 - (e) $(0, 2, \pi^2/4)$
5. Seja $f(x, y) = x^4 - y^4$. Então, sobre o ponto $(0, 0)$ podemos afirmar que:
- (a) É ponto crítico e ponto de sela
 - (b) É ponto crítico e ponto de mínimo local
 - (c) É ponto crítico e ponto de máximo local
 - (d) Não é ponto crítico
 - (e) Nenhuma das demais respostas

6. Uma superfície S contém as duas curvas parametrizadas por

$$\mathbf{r}_1(t) = (2 + 3t, 1 - t^2, 3 - 4t + t^2), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\mathbf{r}_2(u) = (1 + u^2, 2u^3 - 1, 2u + 1), \quad u \in \mathbb{R}.$$

Então o plano tangente a S no ponto $(2, 1, 3)$ (sabendo que existe), é dado por:

- (a) $12x - 7y + 9z = 44$
- (b) $3x - 4z = -6$
- (c) $x + 3y + z = 8$
- (d) $2x + y + 3z = 14$
- (e) $x - 3y + 9z = 26$

7. Se $x(t, s) = s \cos(t)$, $y(t, s) = s \sin(t)$ e $z(x, y) = x^2 y^3$, podemos dizer que:

- (a) $\frac{\partial z}{\partial s} = 5s^4 \cos^2(t) \sin^3(t)$
- (b) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^3 y^3}{3}$
- (c) $\frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2 y^2$
- (d) $\frac{\partial z}{\partial t} = 2s^2 \cos(t) \sin(t)$
- (e) $\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^3 y^2$

8. Seja $f(x, y) = ye^{-xy}$. Se $D_{\mathbf{u}}f(0, 2) = 1$, então um possível $\mathbf{u}$ é:

- (a) $(0, 1)$
- (b) $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$
- (c) $(1, 0)$
- (d) $(-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$
- (e) $(1/2, \sqrt{3}/2)$

9. Seja $f(x, y) = x^2 + y^4$ definida no conjunto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}.$$

Considere as afirmativas:

- (I) f possui mínimo absoluto (ou global) em D ;
- (II) f possui pontos de máximo relativos (ou locais) em D .

Marque a alternativa correta:

- (a) I é verdadeira e II é falsa
- (b) I é falsa e II é verdadeira
- (c) Ambas são verdadeiras
- (d) Ambas são falsas
- (e) Os dados são insuficientes para responder

10. Considere:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Pode-se afirmar que:

- (a) f tem apenas um ponto de descontinuidade
 - (b) f é contínua
 - (c) f tem apenas dois pontos de descontinuidade
 - (d) f tem infinitos pontos de descontinuidade
 - (e) Nenhuma das outras afirmativas é verdadeira
11. Seja B o conjunto de pontos da superfície de equação $x^2 + 2y^2 - 8y + 3z^2 = 13$ onde o plano tangente é paralelo ao plano $x + 4y + 6z = 0$. Então B tem:
- (a) Dois elementos
 - (b) Um elemento
 - (c) Nenhum elemento
 - (d) Três elementos
 - (e) Infinitos elementos
12. Seja $\mathcal{C}$ a curva obtida pela interseção do plano $x = 4$ com a superfície de equação $x = 9y^2 + 4z^2$. Uma parametrização para $\mathcal{C}$ é dada por:
- (a) $\mathbf{r}(t) = (4, \frac{2}{3} \cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$
 - (b) $\mathbf{r}(t) = (4, \cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$
 - (c) $\mathbf{r}(t) = (4, 3 \cos t, 2 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$
 - (d) $\mathbf{r}(t) = (4, \frac{9}{4} \cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$
 - (e) $\mathbf{r}(t) = (4, \cosh t, \sinh t), \quad t \in [0, 2\pi]$
13. A interseção das superfícies de equações $x - z = 0$ e $x - y + 2z + 3 = 0$ é:
- (a) A reta dada por $\mathbf{r}(t) = (-t, 3 - 3t, -t), \quad t \in \mathbb{R}$
 - (b) A reta dada por $\mathbf{r}(t) = (-2 - t, 1 - 3t, -t), \quad t \in \mathbb{R}$
 - (c) A reta dada por $\mathbf{r}(t) = (1 + t, 6 - t, 1 + 2t), \quad t \in \mathbb{R}$
 - (d) O plano $3x + 3y - 3z + 3 = 0$
 - (e) A reta dada por $\mathbf{r}(t) = (1 + t, 6, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}$
14. Seja $\mathcal{C}$ a curva parametrizada por

$$\mathbf{r}(t) = (\cos 2t, \sin 2t, kt), \quad t \in [0, 4\pi],$$

onde k é uma constante positiva. Sabendo-se que o comprimento da curva é 12π , então:

- (a) $k = \sqrt{5}$
- (b) $k = 2\pi$
- (c) $k = \sqrt{7}$
- (d) $k = 3$
- (e) $k = 1$