Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Disciplina: Cálculo 2 Unificado - MAC 128
Data: 01/12/2016

Segunda Prova

1. Seja $g(x,y) = \dfrac{x}{f(x,y)}$. Se $f(2,1) = 2$ e $\dfrac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 3$, então $\dfrac{\partial g}{\partial x}(2,1)$ vale:
   (a) -1
   (b) 1
   (c) -1/4
   (d) -2
   (e) 2

2. Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\left[x \sin(x^5+y^5)\right]^6}{x^4+y^4} & , \text{ se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \text{ se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   Pode-se afirmar:
   (a) A função f é contínua em $\mathbb{R}^2$
   (b) A função f é contínua somente na origem.
   (c) A função f é contínua somente em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$
   (d) A função f não é contínua sobre os pontos da parábola $y = -x^2$
   (e) A função f não é contínua sobre os pontos da reta $y = -x$

3. Seja $\mathcal{S}$ superfície de equação $ax^2+y^b+z = c$ $(a, b \neq 0)$. Se $x + 2y + z = 3$ é a equação do plano tangente a $\mathcal{S}$ em $P = (1/2, 1, 1/2)$, então $a + b + c$ vale:
   (a) 19/4
   (b) 5/4
   (c) 3
   (d) 11/4
   (e) 5

4. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável tal que $f(0,0) = 1$, $f(1,1) = 1$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 2$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,1) = -1$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 3$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1,1) = 4$. Se $g(x,y) = [f(f(x,y), f(x,y))]^2$, então $\dfrac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ vale:
   (a) 12
   (b) 26
   (c) 13
   (d) 17
   (e) 6

5. Seja $f(x,y,z) = z - x^2 - y^2$ e $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\,;\, x^2+y^2+z^2 \leq 4 \text{ e } z \geq 0\}$. Os valores mínimo e máximo absolutos de f em D são respectivamente:
   (a) -4 e 2
   (b) -2 e 2
   (c) -17/4 e 2
   (d) -2 e 0
   (e) -4 e 0

6. Utilizando uma aproximação linear da função $f(x,y) = \sqrt{x^3+y^3}$ no ponto $(1,2)$, o valor aproximado de $\sqrt{1,02^3+1,97^3}$ é:
   (a) 2,95
   (b) 2,98
   (c) 3,01
   (d) 3,05
   (e) 2,93

7. Seja $z = z(x,y)$ uma função definida pela equação $x + y + z + \mathrm{e}^z = 0$. A derivada parcial $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ é:
   (a) $-\dfrac{1}{\mathrm{e}^z+1}$
   (b) $\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^z}$
   (c) $-\dfrac{x}{1-\mathrm{e}^z}$
   (d) e^{-z}
   (e) e^z

8. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável no ponto $(0,1)$. Se o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(0,1,f(0,1))$ é $x - 2y + 3z = 4$, então:
   (a) $f_x(0,1) = -1/3$, $f_y(0,1) = 2/3$ e $f(0,1) = 2$
   (b) $f_x(0,1) = -1/3$ e $f_y(0,1) = 2/3$ e $f(0,1) = 4$
   (c) $f_x(0,1) = -1$ e $f_y(0,1) = 2$ e $f(0,1) = 4/3$
   (d) $f_x(0,1) = 1$ e $f_y(0,1) = -2$ e $f(0,1) = 4$
   (e) $f_x(0,1) = 1$ e $f_y(0,1) = -2$ e $f(0,1) = 2$

9. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável no ponto $(1,2)$ tal que $f(1,2) = -1$ e

$$D_{(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})}f(1,2) = 1, \quad D_{(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})}f(1,2) = 3.$$

   Então o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1,2,-1)$ é:
   (a) $z = -1 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y$
   (b) $z = -1 + \sqrt{2}(x-1) + 3\sqrt{2}(y-2)$
   (c) $z = 4 + x - 3y$
   (d) $\sqrt{2}(x-1) + 3\sqrt{2}(y-2) + z + 1 = 0$
   (e) $2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y + z + 1 = 0$

Nome: ______________________________

10. Seja $f(x,y) = ax^2+bxy+by^2$, onde a e b são números reais. Se $a < 0$ e $b < 4a$ então:
    (a) $(0,0)$ é um ponto de sela
    (b) f tem um mínimo local em $(0,0)$
    (c) f tem um máximo local em $(0,0)$
    (d) $(0,0)$ não é um ponto crítico
    (e) Todas as demais alternativas são falsas

11. Considere os seguintes limites:

$$I) \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x\sin y}{x^2+y^2}; \quad II) \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^4 \sin x}{x^2+y^4}.$$

    Então:
    (a) I não existe e II existe
    (b) I existe e II existe
    (c) I não existe e II não existe
    (d) I existe e II não existe
    (e) Todas as demais alternativas são falsas

12. Seja $\mathcal{C}$ a curva dada pela intersecão das 2 superfícies $x^2+y^2+z^2 = 2$ e $z = x^2+y^3$. Qual dos seguintes vetores é tangente a $\mathcal{C}$ no ponto $(1,-1,0)$?
    (a) $(1,1,5)$
    (b) $(1,-1,0)$
    (c) $(2,2,1)$
    (d) $(3,-2,1)$
    (e) $(-2,-2,1)$

13. Quais os valores mínimo e máximo, respectivamente, de $f(x,y) = x^2+y+z$ no domínio $x^2+y^2+z^2 = 1$?
    (a) $-\sqrt{2}$ e $3/2$
    (b) $-\sqrt{3}$ e $3/2$
    (c) $-\sqrt{2}$ e $5/2$
    (d) $-\sqrt{3}$ e $5/2$
    (e) 0 e $7/2$

14. Quantos pontos críticos tem a função $f(x,y) = x^3+2x^2y+y^2$ em $\mathbb{R}^2$?
    (a) 2
    (b) infinitos
    (c) 4
    (d) 3
    (e) 1