



Instituto de Matemática – UFRJ
Cálculo Diferencial e Integral 2 (MAC128)
2a prova unificada, 14/10/2026



IMPORTANTE:

- É necessário apresentar documento oficial com foto para realizar a prova.
- Serão tolerados atrasos nos primeiros 30 minutos, e não será permitida a saída da sala nesse período.
- Não é permitida a utilização de aparelhos eletrônicos, incluindo calculadoras e telefones celulares.
- As respostas devem ser devidamente justificadas.

Questão 1 (2,5 pontos):

As curvas C_1 e C_2 , parametrizadas por r_1 e r_2 respectivamente, passam pelo ponto $P = (1, 1)$:

$$r_1(t) = (e^{t^2-t/2}, \sin(t\pi)), \quad t \in \mathbb{R},$$
$$r_2(s) = ((s-1)^2 + 1, s), \quad s \in \mathbb{R},$$

- Calcule o ângulo formado pelos vetores tangentes às curvas C_1 e C_2 no ponto P .
- Dê uma equação paramétrica para a reta tangente a C_1 no ponto $(e^{1/2}, -1)$.

Questão 2 (2,5 pontos):

Uma partícula parte da posição $r(0) = (2, 1, -\pi)$ com velocidade $v(0) = (0, 1, 1)$. Sabendo que sua aceleração no instante t é dada por $a(t) = (-\cos(t), -\sin(t), 0)$:

- Ache a posição $r(t)$ em função do tempo t ;
- Ache o comprimento da trajetória desde a partida até atingir o plano $z = 5$.

Questão 3 (2,5 pontos):

Considere os pontos $A = (2, -1, 7)$ e $B = (-3, 2, 3)$ no espaço cartesiano.

- Determine o ponto C no eixo z tal que as distâncias de C aos pontos A e B sejam iguais.
- Ache um ponto D tal que forme um paralelogramo com A , B e C .
- Dê uma equação para o plano π contendo A , B , C e D .

Questão 4 (2,5 pontos):

Classifique a superfície quádrlica $Q : x^2 - 4y^2 - z^2 - 2x + 8y = 4$, descreva os cortes de Q com os planos $\{x = x_0\}$, e parametrize o corte $Q \cap \{x = 4\}$.