Instituto de Matemática – UFRJ

Cálculo Diferencial e Integral 2 (MAC128)

1a prova unificada, 2/9/2026

IMPORTANTE:

- É necessário apresentar documento oficial com foto para realizar a prova.
- Serão tolerados atrasos nos primeiros 30 minutos, e não será permitida a saída da sala nesse período.
- Não é permitida a utilização de aparelhos eletrônicos, incluindo calculadoras e telefones celulares.
- As respostas devem ser devidamente justificadas.

Questão 1 (2,5 pontos):

Resolva o seguinte problema de valor inicial, apresentando a solução na forma implícita:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^x y}{y^2 + 1}, \qquad y(0) = 1.$$

Questão 2 (2,5 pontos):

Ache a solução geral da seguinte equação diferencial:

$$(x^2 + 1)y' + 3xy = 6x.$$

Questão 3 (2,5 pontos):

Em duas culturas de bactérias, a quantidade de bactérias cresce a uma taxa proporcional à quantidade presente. Inicialmente, a primeira cultura possui 1.000 bactérias e constante de proporcionalidade 0,2, enquanto a segunda possui 2.000 bactérias e constante de proporcionalidade 0,1.

a) Expresse uma EDO para a quantidade $P(t)$ de bactérias da primeira cultura e uma EDO para a quantidade $Q(t)$ da segunda.

b) Determine o instante t em que as duas culturas terão a mesma quantidade de bactérias.

Questão 4 (2,5 pontos):

Encontre a solução geral da equação usando o método dos coeficientes indeterminados:

$$y'' - 5y' + 4y = 6e^t.$$

Boa prova!