

Instituto de Matemática - IM/UFRJ
Cálculo Diferencial e Integral II
2ª Prova. - 01/10/2025

Questão 1: (2.5 pontos)

- (a) Determine a equação cartesiana do plano Π_0 passando pelo ponto $(1, 5, 1)$ e perpendicular aos planos

$$\Pi_1 : 2x + y - 2z = 2 \quad \text{e} \quad \Pi_2 : x + 3z = 4.$$

- (b) Dê a parametrização da reta que passa pelo ponto $(1, 5, 1)$ e é perpendicular ao plano Π_0 do item (a).

Questão 2: (2.5 pontos)

Considere a curva parametrizada

$$\gamma(t) = \left(\frac{1}{2} \cos t, \frac{1}{2} \sin t, t \right), \quad t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Encontre o vetor tangente à curva e calcule sua norma.
- (b) Determine os valores do parâmetro t para os quais a curva está situada fora da esfera unitária, isto é, fora da região $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.
- (c) Determine o comprimento do arco da curva que está situado fora da esfera unitária.

Questão 3: (2.5 pontos)

Use cortes (interseção com planos) para esboçar e identificar a superfície quádrlica $2x^2 = 2y^2 + 43z^2$.

Questão 4: (2.5 pontos)

Considere as superfícies dadas por

$$S_1 : \quad 20z = 4x^2 - 5y^2$$

$$S_2 : \quad 4x^2 + 5y^2 = 20.$$

Encontre uma parametrização para curva de interseção entre S_1 e S_2 .