Instituto de Matemática - IM/UFRJ
Cálculo Diferencial e Integral 2 2025.1 - MAC128
Prova 3 Unificada − 10 de julho de 2025

NOME: ______________________________ **DRE:** ____________________

Q1	Q2	Q3	Q4	**Total**

Questão 1 (2.5 pontos):

Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = (x^3+y)^{\frac{1}{3}}$.

(a) Calcule a derivada parcial $f_x(x,y)$ e verifique que ela admite a seguinte expressão:

$$f_x(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{(x^3+y)^{\frac{2}{3}}}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(b) A função derivada parcial $f_x(x,y)$ é contínua na origem? Justifique sua resposta.

Questão 2 (2.5 pontos):

Seja $f(x,y) = x^3y^4 - x^4y^3$.

(a) Determine a derivada direcional de f no ponto $(1,-1)$ na direção do vetor unitário $\mathbf{u}$ indicada pelo ângulo $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

(b) Em que direção f tem a máxima taxa de variação? Qual o valor da máxima taxa de variação?

Questão 3 (2.5 pontos):

Seja a função $f(x,y) = \ln(x^2+y^2+1)$, definida e diferenciável em $\mathbb{R}^2$.

(a) Determine a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $P = (1,2,f(1,2))$.

(b) Ache os pontos críticos e explique se são máximos locais, mínimos locais, ou pontos sela.

Questão 4 (2.5 pontos):

Determine o máximo e mínimo absolutos da função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{3x}{2} - y^2$ restrita à elipse $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$, e os pontos onde eles se atingem.

ATENÇÃO:

i) *Não é permitido ausentar-se da prova durante a realização da mesma;*

ii) *Atrasos de até 30 minutos serão tolerados;*

iii) *Não é permitido sair da prova antes de transcorridos 30 minutos de seu início;*

iv) *Não é permitida a utilização de quaisquer aparelhos eletrônicos, incluindo mas não limitado a calculadoras e telefones celular;*

v) *Respostas sem justificativas não serão consideradas. Se a justificativa não estiver correta a questão não receberá pontuação, mesmo que a resposta esteja numericamente correta.*

Boa prova!