

Instituto de Matemática - IM/UFRJ Cálculo Diferencial e Integral 2 2025.1 - MAC128 Prova 2 Unificada – 29 de maio de 2025



Questão 1 (2.5 pontos):

Considere a equação diferencial $y'' + y' - 6y = 2e^{-2t}$.

- (a) Ache a solução geral da equação diferencial.
- (b) Se y(0) = 1, então encontre y'(0) de modo a garantir que $\lim_{t \to +\infty} y(t) = 0$.

Questão 2 (2.5 pontos):

Considere a curva parametrizada por

$$\gamma(t) = (-\operatorname{sen} t + t \cos t, \cos t + t \operatorname{sen} t, at^2), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Sabendo que o comprimento total desta curva é $6\pi^2$, ache o valor de a.

Questão 3 (2.5 pontos):

Considere os pontos $A=(1,0,1),\ B=(1,2,3)$ e C=(2,2,2) no espaço euclideano.

- (a) Dê uma equação paramétrica da reta r que passa por $A \in B$.
- (b) Calcule a área do triângulo ABC.
- (c) Dê uma equação cartesiana para o plano π que passa por $A,\,B$ e C.

Questão 4 (2.5 pontos):

Considere a superfície ${\mathcal S}$ de equação dada por

$$-2x^2 + y^2 - z^2 - 2z - 2 = 0.$$

- (a) Identifique a superfície, isto é, dê o seu nome.
- (b) Parametrize a curva \mathcal{C} que é a interseção entre \mathcal{S} e o plano $y = \sqrt{2}$.
- (c) Dê uma equação paramétrica da reta tangente a curva $\mathcal C$ no ponto $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\sqrt{2},-1\right)$.