

Prova P1

MAC128 – Cálculo Diferencial e Integral 2

IM/UFRJ – 2025.1
16 de abril de 2025

Instruções: Resolva todas as questões com justificativas completas. Cada questão vale 2.5 pontos.

Questão 1

Determine a solução geral da equação diferencial:

$$(y - xy)y' = (y + 1)^2, \quad \text{onde } y' = \frac{dy}{dx}.$$

Questão 2

Resolva o problema de valor inicial:

$$\begin{cases} xy' - 3y = x^4 e^x, & x > 0 \\ y(1) = 2e \end{cases}$$

Questão 3

Uma cultura de bactérias cresce a uma taxa proporcional à quantidade presente a cada instante de tempo. Sabe-se que, inicialmente, há 200 de cultura e que, após 16 minutos, cresceu 12 %.

- (a) Deduza a equação diferencial satisfeita pela população de bactérias e escreva o problema de valor inicial correspondente. Explique seu raciocínio.
- (b) Quanto tempo levará para triplicar a cultura?

Questão 4

Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} 2y'' - 12y' + 18y = 0 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$