



TEMPO DE PROVA: 2h.

**Justifique todas as suas respostas e apresente seus cálculos.**

**Questão 1** (2.5 pontos):

Dada a função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2y}{x^4 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Encontre a derivada parcial  $f_x(x, y)$  para todo  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- Determine se  $f_x(x, y)$  é contínua em  $(0, 0)$ . Justifique sua resposta.

**Questão 2** (2.5 pontos):

Considere a superfície  $S$  definida pela equação  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}$ . Encontre o ponto  $(x_0, y_0, z_0) \in S$  tal que o plano tangente à  $S$  nesse ponto seja paralelo ao plano  $x - y + z = 1$ .

**Questão 3** (2.5 pontos):

Um morro possui forma definida pelo gráfico  $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4x + 4y$ .

- Uma pessoa está situada no ponto  $A = (2, 1, 7)$ . Qual direção ela deve tomar para subir pela parte mais íngreme do morro? Qual a taxa de variação da altura neste ponto?
- Se a pessoa se mover na direção do vetor  $\vec{v} = (-3, 4)$ , ela estará subindo ou descendo? Qual a taxa?
- Em que direção ela deve se mover para percorrer um caminho plano?

**Questão 4** (2.5 pontos):

Seja  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2$  sujeita à condição  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 1\}$ .

- Determine e classifique os pontos críticos de  $f$  no interior da região  $D$ .
- Determine os extremos de  $f$  na fronteira da região  $D$ .