



Avisos: (1) Celulares desligados (2) 2 horas de prova (3) Só terão validade as soluções justificadas (4) Pontuação máxima: 10 pontos

Questão 1. (0,5 pt) Verifique que o limite abaixo não existe:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

Justifique sua resposta.

Questão 2. Sejam a superfície $S_0 = \{(x, y, z); 9x^2 + 4y^2 - 36z^2 = 36\}$ e o ponto $P_0 = (2, 3, 1) \in S_0$.

- (a) (0,5 pt) Determine e classifique $S_0 \cap \Pi_{xy}$, onde Π_{xy} é o plano xy .
- (b) (1 pt) Determine a equação do plano tangente à superfície S_0 em P_0 .
- (c) (1 pt) Determine a equação paramétrica da reta normal a S_0 em P_0 .
- (d) (1 pt) Sejam $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x, y, z) = 9x^2 + 4y^2 + 36z^2$ e $\gamma(t), t \in \mathbb{R}$, uma curva tal que $\gamma(0) = P_0$ e $\gamma'(0) = (1, 1, 1)$. Calcule $(g \circ \gamma)'(0)$.

Questão 3. Sejam $f(x, y) = \sin(xy) + e^x y^2$ e $P_0 = (0, \pi/2)$.

- (a) (1 pt) Determine a derivada direcional $D_{\vec{u}} f(P_0)$ de f em P_0 na direção de $\vec{u} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.
- (b) (1 pt) Determine o vetor unitário \vec{u}_{max} que dá a direção de taxa de variação máxima de f em P_0 e determine essa taxa máxima.
- (c) (1 pt) Seja $g(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$. Assuma que

$$(x(0, 0), y(0, 0)) = P_0, \quad \frac{\partial x}{\partial u}(0, 0) = 5, \quad \frac{\partial x}{\partial v}(0, 0) = 2, \quad \frac{\partial y}{\partial u}(0, 0) = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial v}(0, 0) = 1.$$

Calcule $\frac{\partial g}{\partial u}(0, 0)$ e $\frac{\partial g}{\partial v}(0, 0)$.

Questão 4. Seja $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ definida em $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$.

- (a) (1 pt) Determine e classifique os pontos críticos de f em $\{x^2 + y^2 < 1\}$.
- (b) (1 pt) Use o método dos multiplicadores de Lagrange para determinar o valor Máximo e o valor mínimo de f na fronteira $\partial D = \{x^2 + y^2 = 1\}$ e os pontos onde ocorrem esses valores.
- (c) (1 pt) Determine os valores de Máximo absoluto e mínimo absolutos de f em seu domínio D e os pontos onde esses valores ocorrem.

Boa Sorte!