Avisos: **(1)** Celulares desligados; **(2)** a prova tem duração de duas horas; **(3)** todas as respostas precisam ser justificadas.

Questão 1: (2.5 pontos)

Considere a função

$$z = f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2xy^2}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq 0, \\ \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Justifique o fato desta função ser contínua em $\mathbb{R}^2$.

Questão 2: (2.5 pontos)

Seja $\mathcal{S}$ a esfera de centro em $(0,0,0)$ e raio 1. Seja $\mathcal{C}$ uma curva inteiramente contida na superfície $\mathcal{S}$ e parametrizada por $\gamma(t) = (x(t), y(t), z(t))$, $t \in \mathbb{R}$. Explique porque é correto afirmar que, se $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, então $\dfrac{d}{dt}(f \circ \gamma)(t) = 0$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

Questão 3: (2.5 pontos)

Um morro tem a forma do gráfico de $z = f(x,y) = 560 - x^2 - y^2$. Um esquiador deseja descer este morro a partir do ponto $(6, 2, 520)$. Qual a direção e sentido que deverá seguir para descer de forma mais íngreme possível?

Questão 4: (2.5 pontos)

(a) (1.0 pontos) Faça o esboço do domínio $\mathcal{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ -3 \leq x + y \leq 3\,,\ -3 \leq x - y \leq 3\}$.

(b) (1.5 pontos) Verifique que os valores máximo e mínimo absolutos da função $z = f(x,y) = x^2 + 2y^2$ no domínio $\mathcal{D}$ são, respectivamente, 6 e 0. Use o método dos multiplicadores de Lagrange para a análise na fronteira de $\mathcal{D}$. Determine todos os pontos em $\mathcal{D}$ onde estes valores máximo e mínimo absolutos são assumidos.