CÁLCULO 1 UNIFICADO — 2023-2 — TERCEIRA PROVA – A — **BOA PROVA!**

QUESTÃO **1**. (1 ponto) Determine $\int 3x^3 \sin(x^4+2)\,dx$

(A) $\cos(x^4+2)+C$ (B) $-\frac{3}{4}\cos(x^4+2)+C$ (C) $\frac{3}{4}\cos(x^4)+C$ (D) $-\frac{1}{3}\cos(x^4+2)+C$ (E) $3\frac{x^4}{4}\cos(x^4+2)+C$

QUESTÃO **2**. (1 ponto) Calcule $\int_0^{\frac{\ln(2)}{3}} te^{3t}\,dt$

(A) $\frac{\ln(2)}{3}$ (B) $\frac{te^{3t}}{3}-\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2\ln(2)-1}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{2-\ln(2)}{3}$

QUESTÃO **3**. (1 ponto) Sabendo que $\frac{dy}{dx}=2x\sqrt{x^2+1}$ e que $y(0)=2$ encontre $y(\sqrt{3})$.

(A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) 8 (D) 10 (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

QUESTÃO **4**. (1 ponto) Após uma bomba ser ligada no instante $t=0$ segundos, injeta-se água em um reservatório a uma taxa de $5+\frac{10}{(2t+1)^2}$ litros por segundo. Sabendo que o reservatório já continha 10 litros de água em $t=0$ segundos, calcule o volume de água no reservatório em $t=2$ segundos.

(A) 24 L (B) 10 L (C) 4 L (D) 35 L (E) 5 L

QUESTÃO **5**. Um certo gás tem sua pressão (P), volume (V) e temperatura (T) relacionados (adimensionalmente) por $P\cdot V=10\cdot T\cdot e^T+5$. Considerando que t significa tempo, responda o que se pede para cada situação.

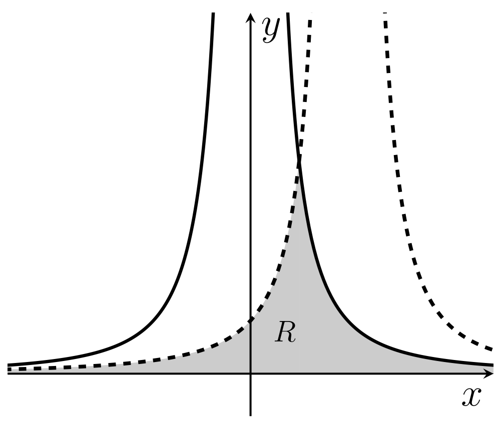
(a) (0.2 ponto) Quando $T=1$ e $V=5$, quanto vale P?

(b) (0.7 ponto) Considere que a taxa de variação do volume em relação **ao tempo** é $\frac{5}{2}$ e que a taxa de variação de pressão em relação **ao tempo** é $-e$. Qual é a taxa de variação da temperatura em relação **ao tempo** quando $T=1$ e $V=5$?

(c) (0.6 ponto) Considerando a situação em que o volume **não varia** com a temperatura, encontre a taxa de variação da pressão em relação **à temperatura** quando $T=3$ e $V=2$.

QUESTÃO **6**. (1.5 pontos) Considere a região R delimitada pela função $f(x)=e^{-x}+2$ e pelas retas $y=0$, $x=0$ e $x=4$. Faça um esboço da região R. Calcule o volume do sólido obtido ao rotacionar R em torno do eixo x.

QUESTÃO **7**. (1.5 pontos) Os gráficos de $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}$ (linha tracejada), $g(x)=\frac{1}{x^2}$ (linha cheia) e o eixo x delimitam uma região R que é ilimitada e está esboçada abaixo. Usando integrais impróprias, é possível atribuir um valor à área de R. Calcule essa área.



QUESTÃO **8**. (1.5 pontos) Seja f a função contínua definida em $x\in[-4,3]$, cujo gráfico abaixo é formado por retas e uma semicircunferência. Seja $g(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

(a) (0.3 ponto) Encontre o valor de $g(3)$.

(b) (0.5 ponto) Encontre o valor de $g(-2)$.

(c) (0.4 ponto) Diga quem é $g'(x)$.

(d) (0.3 ponto) Identifique os pontos críticos de $g(x)$.